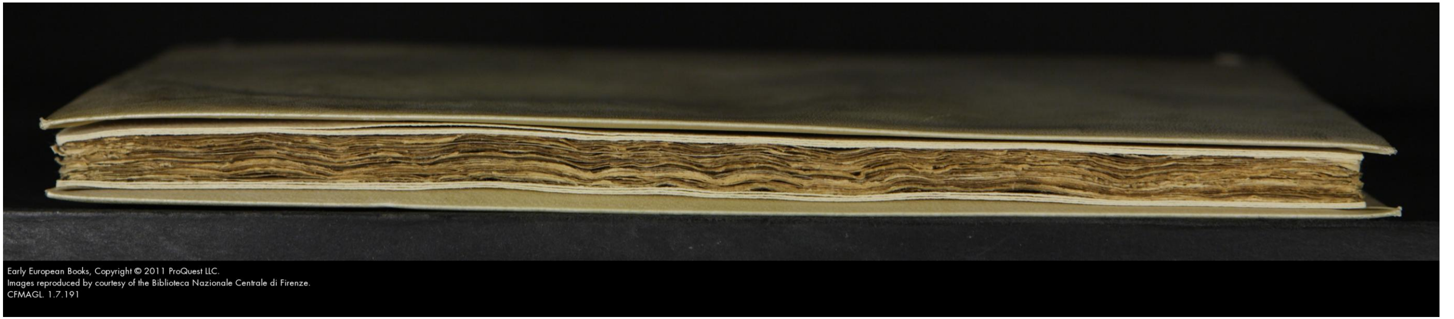
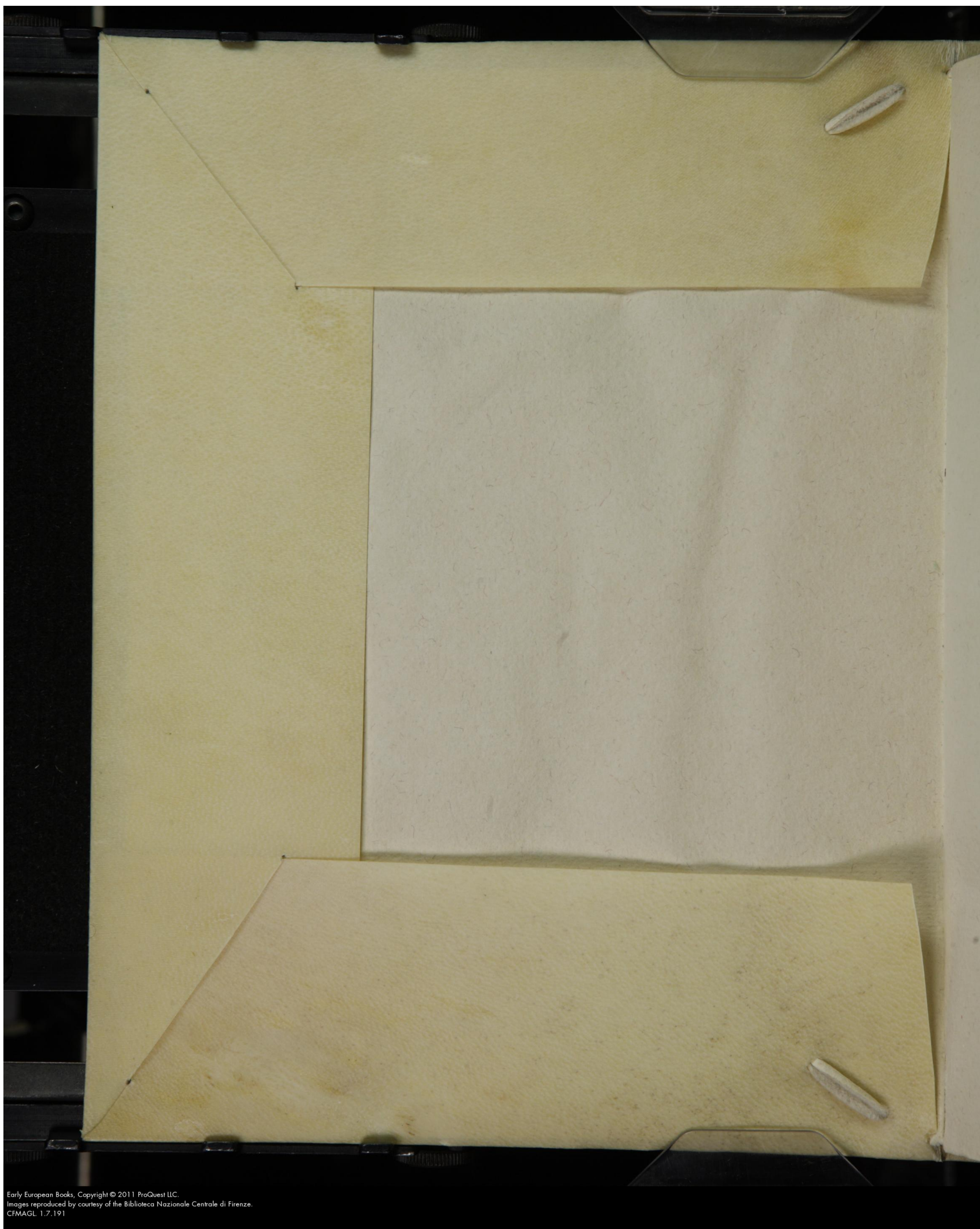
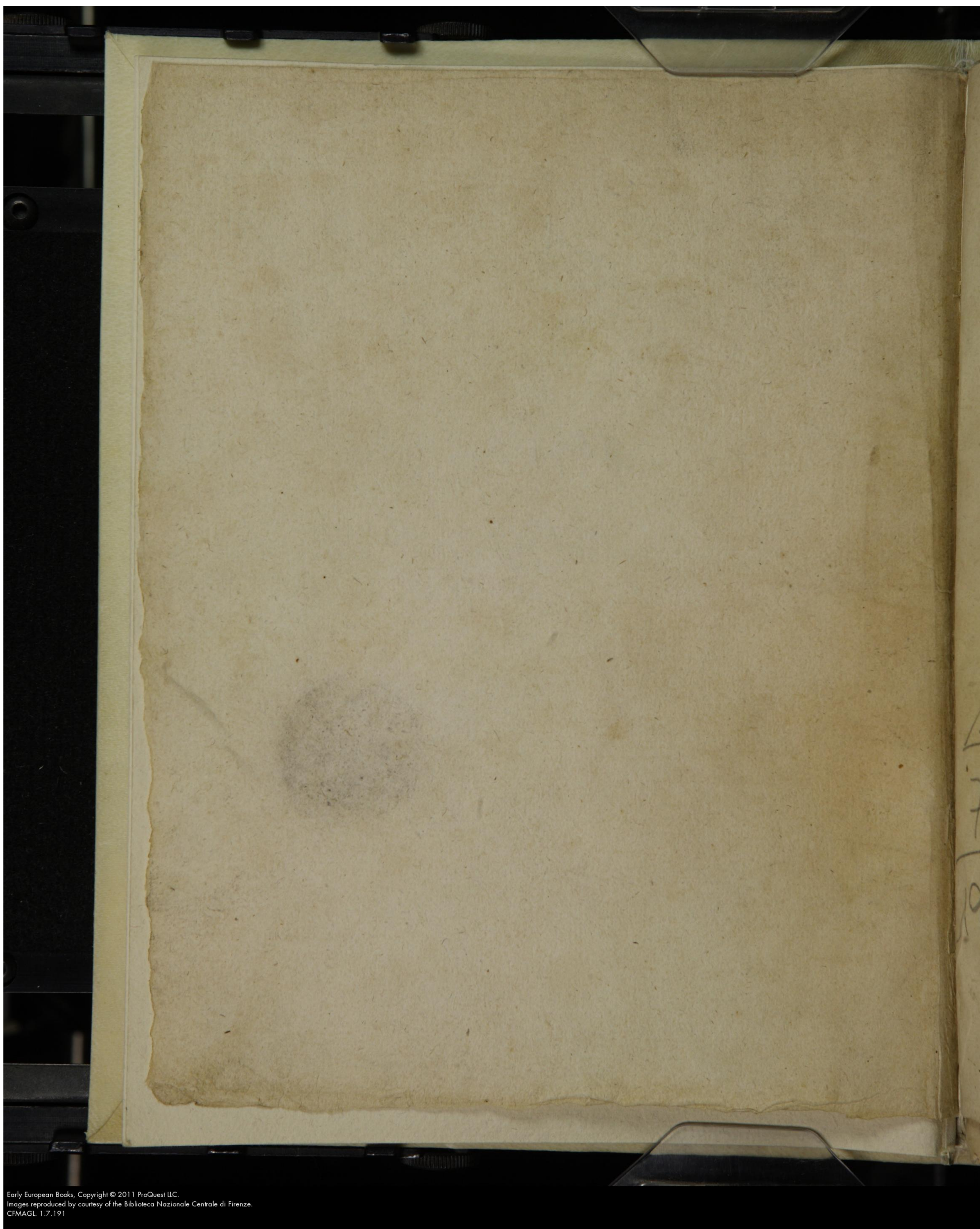

1
7
191











CONTROVERSIÆ
De verâ Circuli menſurâ
Anno cIↄ Iↄ c XLIV exortæ,

Inter

CHRISTIANVM SEVERINI,
LONGOMONTANVM, CIMBRVM,
Superiorum Mathematum
in Regiâ Danorum Academiâ Hauníenſi,
Profeſſorem publicum

ET

IOANNEM PELLIVM,
CORITANO-REGNVM, ANGLVM,
Matheſeos,
In Illuſtri AMSTELODAMENSIVM Gymnaſio,
Profeſſorem publicum.

PARS PRIMA.





AMSTELODAMI,
Apud IOANNEM BLAEV,
cIↄ Iↄ c XLVII.

C II

CONTROVERSIA De Verâ Circuli Mensurâ, ANNO cIↄ Iↄ CXLIV EXORTA,

Inter

CHRISTIANVM SEVERINI, LONGOMONTANVM, CIMBRVM,

Superiorum Mathematum, in Regiâ Danorum Academiâ Hauniensi, Professorem Publicum;

ET

IOANNEM PELLIVM, CORITANO-REGNVM, ANGLVM,

Mathesews, in Illustri Amstelodamensium Gymnasio, Professorem Publicum.

QVoniam CH. S. LONGOMONTANVS, missis *aliquoties privatis* ad amicos literis, *bis* autem *publicè* famosis libellis Hauniæ impressis, tot de me injustas querelas contumeliosè sparsit; tandem decrevi, ea quæ *contra illum* scripsi, exponere, adjunctis iis quæ ille *contra me* edidit. Ita enim clarè perspicient Lectores, me non illi, sed illum mihi fuisse injurium. Apponam & alia ab hàc narratione & defensione non aliena, ut *illum* tam inconsideratè scripsisse *pœniteat*, *alii* se nova & utilia hìc reperisse *gaudeant*. Ad quos scopos certiùs perveniemus, ubi hujus controversiæ *occasionem & initia* paulò altiùs, quasi à primis suis incunabulis, repetivero.

CIrciter calendas Iulias Anni cIↄ Iↄ XLIV, incidi in *Catalogum librorum*, *Typis Blauianis Amstelodami impressorum*, eorumque nomina percurrenti, occurrit

Longomontani C. S. Astronomia Danica. fol.

Ejusdem, de Verâ Circuli mensurâ, libelli duo. 4°

Quæro statim, quamdudum hi *libelli* fuerint impressi: respondent Blauiani, modò ex suo prelo prodiisse. Eos igitur confe-

 stim

ſtim poſco, ut me ſcilicet primum ſuâ bearet ſapientiâ. Allati, inſcriptionem præ ſe ferebant, propter quam vadimonium desereres, nempe

CHRISTIANI SEVERINI LONGOMONTANI, CIMBRI,
„ *Rotundi in plano, ſeu Circuli, abſoluta menſura,*
„ *Duobus libellis comprehenſa,*
„ *Quorum* Prior *veram conſtitutionem Peripheriæ Circuli* Syntheticè
„ *perficit, & mox hujus ad Diametrum rationem.*
Poſterior *Geodæſiam Rotundi in plano* analyticè *abſolvit, &c.*

Sequebantur Epiſtolæ confidentiſſimæ. *Invento,* inquit, *no-*
„ *ſtro equidem tantam fiduciam tribui, ut non veritus ſim, de famâ pa-*
„ *riter & fortunâ meâ cum quovis, præcipuè verò inter* præſtantes Ma-
„ thematicos, *calamum contra ſtringente, periclitari. Velut quoque*
„ *ſupplices literæ de hâc re ad Sereniſſimum & Clementiſſimum Regem*
„ *meum ſubmiſſè ſcriptæ, & ante biennium editæ, omnibus teſtantur.*
„ *Non enim exigui momenti eſſe putavi, Problema Cyclometricum à plu-*
„ *ribus Mathematicis, omnis literarii ſeculi ſolicitè agitatum, primùm*
„ *nunc inventum, & exquiſitè in Numeros eſſe ſolutum.* Hæc, & ſimilia plura, ille in Epiſtolâ Dedicatoriâ, quam inſcripſit *Nobiliſſimo & Conſultiſſimo Viro D. Alberto Conrado Burgio, Amſtelodamenſis Reipublicæ Conſuli &c. Ipſis Calendis* Sexteilibus, Anni 1643. Eandem confidentiam invéni, in *Epiſtolâ ad Lectorem Diametricum* affirmantis *ſe incredibili per plures annos exploratione, veram Diametri Circuli rationem ad peripheriam, ipſiuſque circuli legitimam, genuinam & abſolutam menſuram inveniſſe, eamque iſtis libellis confirmâſſe & luculenter demonſtrâſſe, adeo ut quod hactenus in hoc ar-*
„ *gumento forte demonſtrationum involucris præcluſum fuerat, à Mathe-*
„ *matum Tyronibus cæteroquin mentem adhibentibus, ſatis clarè nunc*
„ *cognoſcatur. Si quis autem,* inquit, *ſe ex Labyrintho Cyclometrico*
„ *nondum liberatum conqueritur, cauſam indicet, cur in luce meridianâ*
„ *ceſſitet, & Demonſtrationes à Naturâ derivatas faſtidiat.* Conclu-
„ dens autem, *Spero*, inquit, *Benignum Lectorem incredibilium no-*
„ *ſtrorum laborum, quos huic argumento aliquando expediendo per plu-*
„ *res annos impendimus, æquum æſtimatorem futurum, nec hos à poſte-*
„ *ritate, ſi quæ futura, unquam negligendos.*

Hiſce

Hiſce prælusionibus tandem finitis, *Contenta Capitum* ſeſe perluſtranda obtulerunt. Verùm Capitis tertii titulus [*De verâ conſtitutione Peripheriæ Circuli, & Diametri ejus ad eandem ratione*] ulteriùs progredi non permiſit. Cupiebam quàm primùm videre, *quantam* tandem *peripheriam* reperiſſet. Quod dum, ab initio capitis orſus, quæro; me aliquantiſper remorantur quædam, ut mihi videbantur, arroganter dicta. Paucula enim locutus de duarum figurarum heterogenearum ratione, quam ſe inveniſſe ſomniat, *Pro quâ*, inquit, *inveniendâ* Ratione, *ſi præ-* Pag.13.l.1. *deceſſores* ingenii acumine mediocri *uſi fuiſſent, ſupplementum Geometriæ in Rotundi verâ menſurâ pulchrè perfeciſſent.* Hominis αὐθάδειαν, tanquam malum auſpicium, deteſtatus, paginas undecim tranſilio. In fine demum capitis, inveni hæc verba: *Sit* Pag. 24. l. 15. *Diameter circuli, in vero numero* 43, *erit peripheria* √ 18252. *Ratio autem perimetri ad ſuam Diametrum ex hiſce utriſque in ſolutis numeris eſt* $\frac{3\ 14155\ 96044\ 27}{1\ 00000\ 00000\ 00}$. *In contractioribus verò* $\frac{1351}{430}$ *quàm proximè.*

Quæ cum vidiſſem etiam in aliis ejuſdem libri locis identi- p.14.l.14. dem repetita; Egomet continuò mecum: *Hæccine illa ſunt, quorum ſubtilitatem nemo noſtrûm aſſequi poteſt? quæ alicui præſtanti Mathematico Italo,* Galilæo *ſcilicet* Linceo *aut* Camillo Glorio- Ep. Dedic. ſo, *judicanda tradi optavit? quæ famâ pariter & fortunis oppignora-* pag. 50. *tis, contra quoſlibet etiam præſtantiſſimos Mathematicos defendi poſſe* p.2.l.11. *& debere putabat? quæ incredibilibus multorum annorum laboribus* p.2.l.32. *eruta gloriatur? quæ à Celſiſſimis & Potentiſſimis Confœderati Belgii* Ep. Dedic. *Ordinibus, tanquam re penitus confectâ, neſcio quod, magnificum præmium expectarent? O ſpes fallaces! O fruſtra ſuſcepti labores!*

Cœpi etiam miſereri infelicis ſenis, tantorum laborum fructu, tantoque vitæ ſpatio planè multati. Verùm illas cogita- Pag.52,53, 54. tiones expulit indignatio, cum viderem hominem tam perversè literas ſacras, ad ſuas nugas incruſtandas detorquentem; tam impudenter paralogiſmos ſuos venditantem, & præcipuos totius Orbis Mathematicos temere provocantem; typographi celeberrimi atque aliàs de Matheſi optimè meriti operâ, in deliramentis illis excudendis, abutentem; in noſtrum Gym-

nasium & tantùm non in ipsam Cathedram cum istis affaniis, irrumpentem, quippe Vrbis hujus Consuli, Gymnasiique nostri Curatori, inanes istas pollicitationes & temerarias provocationes inscribentem. Quæ omnia facinora posteaquàm simul consideràssem, sanè pro eo ac debui, graviter molestéque tuli. Nec diutiùs tacere libuit. Librum abjicio, & jam altiùs loquens, ut qui in Bibliopoléo unà aderant, audire possent: Tot, inquam, annorum labor tantus, toties editus, unâ in pagellâ, paucularum horarum labore, funditus refutari potest.

Inde verò discedens atque eadem recogitans, animadverti propiùs hæc *ad me* spectare, quàm ab initio videbantur. Quum enim post meum adventum in hanc urbem, iste liber impressus fuisset, & ab eo Typographo, cui ego quamprimùm Diophantum meum excudendum tradere statueram: omnino metuebam ne forte alii Mathematici putarent, istos Longomontani libellos, in hâc urbe & in illo Typographéo, *me probante*, fuisse impressos. Quam, tanquam summam & turpissimam infamiam, à me omni conatu amoliendam censebam. Decrevi igitur aliquid efficere, quo possent omnes scire, *me illos Cyclometricos libros, priusquam fuerint impressi, non vidisse, nedum probâsse; nec illos unquam probare posse*; quippe quos scirem *plenos falsissimis conclusionibus atque putidissimis paralogismis*. Arbitrabar tamen melius fore, si hoc non tantum dicerem, sed & demonstrarem; quamvis illud negotium ad *alios* potius harum regionum Mathematicos pertineat, qui procul dubio cavebunt, ne quid, suæ patriæ res publica, detrimenti capiat, si tanta fuerit Longomontani confidentia, ut etiam Celsiss. & Potentiss. Ordinibus se imponere, atque ex eorum munificentiâ, nostrâque incuriâ, ditiorem fieri posse speret; quod ille in Epistolâ Dedicatoriâ somniare videtur. *Mihi* autem necessitatem, de refutatione statim cogitandi, attulerat non solùm causa illa *mihi cum omnibus bonis communis*, Amor nempe veritatis, quam contra imperitorum & sciolorum dogmata qui non tuetur, indignus

gnus est qui illam sciat: sed & alia *peculiaris & mihi propria*, quòd lectoribus suis *me* fere *solum* aut saltem *præcipuè*, provocâsse videretur. Nam qui *omnes* Mathematicos lacessit, eamque provocationem, *nostri* Gymnasii Curatoribus offert, nonne videtur initium *à me* fieri velle? Quamvis enim Longomontanus istos libros huc miserit ante meum adventum in hanc urbem; Iique typis Blauianis priùs erant absoluti, quàm me nôsset Blauius; Vnde tamen, hæc ita se habere, scirent Lectores? At qui publicè illum refutat, non solùm se ista non probâsse; sed & rationes suas *cur non probet*, ostendit. Nec meo muneri satisfecisse viderer, nisi non solùm *auditoribus meis* consuluissem, verùm etiam & *aliis* prospexissem. *Illos* enim vivâ voce monere potui, ne paterentur se, propter Autoris aliquam famam, tam crassis, libri *in hâc urbe impressi*, erroribus seduci; at longè plures erant, qui in illius libros *hinc sparsos* incidere poterant, meam admonitionem audire non poterant: Cùm tamen omnium tironum omnino scire interesset, *Virum celebrem*; *Tychonis discipulum & adjutorem*; *Astronomiæ Danicæ ex Tychonicis observationibus conditorem*; *Mathematum, in regno Daniæ, professorem primarium*; *Senem octogenarium, tam crassè, tam turpiter in rebus Geometricis errâsse*; *& in istis erroribus, qui sine universæ Geometriæ ruinâ defendi non possunt, plusquam* XXX *annos perseverâsse*; *nec propriis meditationibus, aliorumve præcipuorum Mathematicorum privatis admonitionibus adduci potuisse, ut errores tam manifestos tamque indignos Mathematico agnosceret atque rejiceret: Ideoque non temere esse, quod toties à peritioribus moneantur, ne cui propter solam auctoritatem aut doctrinæ opinionem credant*; *nec Scriptorum* famam *consiiderent*, *sed* rationes; *præsertim* in Mathematicis, *ubi non* quis *dicat*, *sed* cur *dicat*, *quærendum*: *Maximè autem cavendum esse, ne levi & perfunctoriâ Geometriæ & Arithmeticæ cognitione contenti, ad* Astronomiam *festinantes*, ὀνειροπόλοις *auscultare*, *cælestia illotis manibus attrectare, & de divinorum operum legibus philosophari priùs incipiant, quàm puræ Mathesi litaverint*; *ne dum sibi supra omnes mortales* δαιδαλέοι *videntur*, *fiant* Icarii. *Sæpissime enim accidere*, Epist. Dedic. Longomont.

illis, qui alis Platonicis non bene instructi, in cælum subvolare conantur, ut decidant in irrequietum aliquem Oceani Chimæroplastici Euripum, (quales multi sunt in orbe Phantastico; Cosmometricus, Apotelesmaticus, Automatopoëticus, Cyclometricus, Mesolepticus &c) ubi diu multùmque jactati, tandem absorbentur.

Nosse omnia hæc, salus est adolescentibus,

Maturè ut cum cognôrint, perpetuò oderint,

credantque multò satius esse, Cretam nunquam videre, quàm in Labyrintho miserè perire; & Mathesin nunquam attigisse, quàm ut leviter tantum illo studio tincti, fiant αὐτάγητοι scioli, audeantque nodos, prorsus insolubiles, sibi solvendos sumere; dictitantes *nihil esse quod labor improbus non possit vincere*; donec tandem (postquam *incredibiles* exantlaverint *labores*, innumerisque vigiliis exhausti fuerint) viderint se operam atque oleum perdidisse; famæ & fortasse etiam facultatum & valetudinis jacturam fecisse; atque *vulgi* quidem *Fabulam* factos esse, *prudentioribus* autem *Exemplum* unde discant, *ubi semel Mathesi manum admoveris, aut conandum ut peritissimus fias, aut summopere cavendum, ne falsâ teipsum magnæ peritiæ persuasione decipias.*

Hujusmodi rationibus adductum ut me ad refutationem componendam accingerem, porrò instigabant nonnulli bene de me meriti, qui quamvis Diophantum meum efflagitarent, patiebantur tamen *optimi illius Arithmetici* illustrationem tantisper seponi, donec *pessimum hunc Geometram* refutâssem. Tanto desiderio efferebantur videndi *breve illud & novum* refellendi genus, cujus spem fecerat vox ista, quam mihi in Bibliopoléo dolor expresserat. Nôrant enim *plerosque* putare, *Refutatoris esse, omnia sui adversarii argumenta enumerare, iisque ordine respondere.* Quod & *multi* factitârunt; unde citò, immane quantum excrescit libri moles, præsertim si pervicax homo sua defendit, atque serram contentionis aliquoties reciprocant ἀνταγωνιστὴ, cedere nescii. At *mihi* longè alia refutandi ratio placuit, quæ præcipuæ controversiæ jugulum rectà peteret, neque ullum adversarii argumentum attingeret. Ruet enim necessariò non

p. 4. l. 8.

tantùm

tantùm omnis concluſio, cujus contradictoriam demonſtraveris; ſed & ipſæ argumentationes, quæ iſtam concluſionem demonſtrâſſe videbantur, ſimul peribunt. Nam demonſtrationes, quæ falſam concluſionem confirmant, non poſſunt non eſſe paralogiſticæ, aut unâ ſaltem falſâ aſſumptione contaminatæ. Itaque Mathematicus rariſſimè curat ſciolorum *paralogiſmos*, qui innumerabiles eſſe poſſunt; verùm ipſam paralogiſmorum *concluſionem* eſſe *falſam*, demonſtrat: Sive, quod idem eſt, ſæpiſſimè veritatem propoſitionum demonſtrat, repugnantes refutando διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς, *per abductionem ad impoſſibile.* Exempla paſſim habentur apud Euclidem, qui tamen Contradicentium ratiunculis enumerandis ſolvendiſque contaminari debuiſſe ſua Elementa non putavit. Seorſim iſta ſcruta congerenda cenſuit, ſcripto libro ψευδαρίων [Proba vox eſt, Lector, etiamſi illam, ut & alias Græcorum Mathematicorum complures, tui Lexicographi non habeant] Quem librum Proclus ait καθαρτικὸν eſſe καὶ γυμναστικόν, Προκλ. ϛ
id eſt, aptum natum ad mentes tironum *purgandas* & *exercendas*, quò faciliùs poſſent paralogiſmos & pſeudographemata pag. 20. Edit. Baſil. Anno.1533
deprehendere, & ſibi à captionibus cavere. Tantum artificem mihi imitandum duxi, ideoque ſtatui *præcipuam* novi noſtri Cy- p.3.l.14.
clometræ *concluſionem ſtatim refellere*; *Ratiunculis* autem quibus illam probare conatur, tum demum ſeorſim *reſpondere*, ubi reliquos ejus libros de hoc argumento editos legiſſem. Quorum nomina aliqua ipſe in hiſce libellis laudat; *Suas* nempe *ſuppli-* p.2.l.15.
ces literas ad S. Regem Daniæ; *Cyclometriam Hamburgenſem*; *Libros* Pag.4.l.20.
ſuos de Quadraturâ circuli; *Problema Cyclometricum perilluſtri &* Præf. ad Lect. Diametric.
magnifico Regio Cancellario Anno 1640 *dedicatum &c.* Quos omnes mihi eſſe comparandos atque examinandos cenſui, quo meliùs poſſent omnes ejus pſeudapodixes ſimul enumerari. Credebam enim me bene mereri poſſe de Mathematum cultoribus, ſi juſtum volumen *De erroribus Longomontani*, vel, adjunctis etiam aliis Paralogiſtis & Pſeudographis, Librum integrum *De Pſeudariis*, cum Euclideus ille perierit, ederem: in p.7.l.14.

quo argumento benignissimam exemplorum copiam mihi Longomontani libros suppeditare posse non dubitabam. Quia verò libri illi hîc non sunt venales, & reliqui Paradiorthωtæ & Matheseωs corruptores, hisce in provinciis, fere sunt ignoti; videbam illos cito comparari non posse: Multò autem diutiùs expectandum fore, si, quò plenius exiret illud opus, apponerem omnigena exempla eorum, qui vera argumentis vitiosis demonstrare conati sunt; ideoque, dum bene de Mathematicis mereri voluerunt, malè non solum de Mathesi, sed & de Logicâ commeruerunt, Rationis humanæ leges corrumpendo, atque interim ipsam veritatem, quam confirmare & stabilire cupiebant, dedecorando atque suspectam reddendo, quasi, quum non posset justis rationibus defendi, sophismatis esset suffulcienda. Quòd si propter provectam Longomontani ætatem, maturanda videretur plena refutatio eorum omnium, quæ ille scripserat de argumento Cyclometrico, ne ille abiret ad plures, prius quàm nosset, quid Australiores Mathematici de ejus conatibus sentirent; *Initium* tamen faciendum

p.7.l.21. esse censui *à* generali illâ refutatione *quæ demonstraret* FALSAM

p.3.l.15. ESSE ISTAM CIRCVLARIS AREÆ PERIPHERIÆQVE MENSVRAM, *quam Longomontanus venditat*; *& proinde* argumenta

p.7.l.9. omnia *tam mihi visa*, *quàm non visa*, *tam jam edita*, *quàm ea quæ posthac pro falsâ illâ mensurâ edi possent*, paralogistica esse *&* mera sophismata. Reliqua autem, quæ falsæ isti conclusioni *De cir-*

p.14.l.24. *culi mensurâ* superstruxerat, nullius esse momenti, labefactato eorum fundamento, tam manifestum est, ut vel levissima admonitio eâ de re, supervacanea censeri possit.

Redactâ igitur in hunc modum totâ controversiâ ad *unam*

l.20. simplicem *propositionem*, restabat tota nostra oppugnatio ad *unum* etiam firmum *argumentum* reducenda. Et illud quidem satis facilè occurrebat, nempe FALSAM esse omnem enuntiationem, quæ magnitudines, revera *inæquales*, *æquales* esse affirmat: At talem esse istam Longomontani: rectam enim illam, quam ille peripheriæ *æqualem* esse contendit, revera

MAIO-

MAIOREM esse; ipsumque planum, quod ille circulo *æquale* putat, revera Circulo MAIUS esse. Neque horum probatio minùs obvia erat; quum omne planum circulo circumscriptum, majorem habeat ambitum, quàm ipse Circulus; atque area circuli sit pars cujuslibet plani circumscripti, & proinde Illa sit Hujus areâ MINOR. Ideoque recta, major quàm alicujus *circumscripti perimeter*, necessariò major erit quàm ipsius *circuli peripheria*: Omnisque superficies, major quàm cujuslibet *circumscripti* area, manifestò erit major quàm ipsius *circuli* area. Oportebat igitur *unum aliquod* idoneum circumscriptum proferre, Ejusque ambitum areamque cum Longomontani *mensuris* conferre, & *harum* excessum demonstrare. Iam si *unum aliquod* circumscriptum rectilineum propositâ mensurâ minus sit, patet *innumera alia* etiam isto rectilineo, adeoque nimiâ istâ circuli mensurâ, esse minora; & proinde immensam fuisse mihi *libertatem*, atque in tantâ varietate *optionem*. Hujus libertatis ultimos fines terminosque quærebam in *ordinatè* circumscriptis; nam *inordinata*, quia minus determinata sunt, attingere non libuit. Inveni autem *omnia rectilinea ordinatè circulo circumscripta, plures quàm* 196 *angulos habentia, huic refutationi esse idonea.* Nam ordinata 197 vel plurium angulorum, *minores* ambitûs areasque habent, quàm ille ipsi circulo assignavit: at ambitus ordinati, 196 latera habentis, *major* est quàm 3, 14185,96 &c, si circulus illi inscriptus diametrum habet 10000000. Iam quò *p.3.l.16.*
pauciora fuerint latera illius circumscripti, quod Longomontanâ circuli mensurâ minus esse ostendero, eò *major crassiorque* deprehendetur ejus error. Ideoque si nihil aliud spectâssem, ordinatum 197 laterum, omnibus aliis circumscriptis prætulissem, atque illud Hauniensi circuli mensurâ minus esse ostendissem. Quod quidem artificiis quibusdam planè novis me *αὐτάρκως* demonstrare posse putabam; verùm breviora consectari malui. Iam quis nescit idem facilè & breviter ostendi posse per accuratum Canonem Tangentium? At nullius momenti foret tale argumentum apud illos, qui omnes Canonum

numeros falſos eſſe, ſuſpicantur. Hiſce autem annumerandum eſſe Longomontanum, ipſe in ſuis libris ſatis oſtenderat. Ideoque vel illius causâ, *Tangentibus Canonicis* utendum non erat. Quamvis enim ea, quæ *Cap.* 5. *Lib.* I. *Menſ. Rotundi*, *atque alibi*, frivolè congeſſit, oſtendant tantùm VERAM *circuli menſuram per Canonem Sinuum* inveniri *non poſſe* (quâ in re neminem unquam habuit peritum diſſentientem) nec ſufficiant ad demonſtrandum NIMIAM, *ideoque* FALSAM, *circuli menſuram per aliquem Canonem Tangentium* refutari *non poſſe*: tamen & illius hominis ratio aliqua habenda fuit, ut, ſi forte mea refutatio in ejus quoque manûs incideret, ſeipſum, omneſque alios exceſſu peccantes, *etiam ſine Canone*, refutari poſſe videret. Neque hoc novum erat; Cùm Archimedes, de *Canone* ne cogitâſſe quidem videatur, dum eos refutat, qui peripheriam faciunt majorem, quàm diametri triplum cum $\frac{1}{7}$. Neque alii, illius veſtigiis inſiſtentes, *Canonibus* Tangentium multùm debere poterant; quos, aut omnino *non viderunt*, aut, calculo ad multas myriadum myriadas producto, longè *ſuperârunt*; ut *olim* Apol-
Anno 1598 *Anno* 1621 lonius Pergæus, & Philo Gaditanus; *nuper* autem Lud. à Ceulen & Willebr. Snellius, Leidenſes; &c. Hi verò diſertè fatentur, ſe continuâ biſectione Logiſticâ uſos, *radices nempe & radicum radices extraxiſſe*, atque ita inveniſſe, Peripheriam minorem eſſe quàm 3.14159,26535,89793,23846,26433,83279,50289 ſi diameter fuerit 1.00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000
Menſ. Rot. Lib. 1. *Cap.* 5 At horum autoritatem floccifecerat Longomontanus, atque ipſam viam mihi præcluſerat, imperitiſſimè in eodem capite *contra ſæpiùs iteratam radicum extractionem* declamitans. Aut igitur alterutram de hiſce duabus viis vindicare ab imperitorum cavillationibus, eâque vindicatâ demum uti debui; aut *novum* aliquod artificium, hujuſmodi exceptionibus minimè obnoxium, adhibere. At *Canones, & iteratæ radicum extractiones*, ſine longâ oratione, propter quorundam ineptias, defendi non poſſe videbantur. Redire igitur malui ad ea, quæ ipſe ante aliquot annos, de triangulis, inveſtigâram. Verùm ea mihi prorſus

ſus exciderant è memoriâ (ut ſunt omnes Zetetici fere negligentiores in iis retinendis, quæ ſe, ſi opus fuerit, arte certâ & labore non magno invenire poſſe ſciunt;) chartas autem meas libroſque omnes in Angliâ reliqueram; ubi, propter bellum, aliaſque cauſas, adhuc hærent. Malui tamen ea iterum indagare, quàm vel ad aliorum artificia relabi, vel tam diu exſpectare, donec Bibliotheca mea huc tutò transferri poſſet. Longum foret, *omnia* illa fugitiva Theoremata, quæ tunc retraxi, vel ipſos quærendi modos, hîc apponere. Dabitur fortaſſe, in ſequentibus, locus hiſce exhibendis commodior. *Primum* ſaltem Theorema, quod mihi tunc ſufficiebat, mox ſequetur, *p.13.l.8.* univerſaliùs tamen enuntiatum, quàm illud negotium poſtulabat: ad *ſola* enim *ſemilatera* polygonorum ordinatè circumſcriptorum non erat alligandum, cum latiùs ſeſe extendat, noſque doceat Logiſticam habitudinem Radii, & tangentis *cujuslibet*, ad tangentem dupli arcûs.

His ita conſtitutis; quum certo aliquo plano ordinato opus *p.9.l.10.* *p.9.l.20.* eſſet, angulorum *numerum* habente *majorem* quàm 196, *inventum* autem per continuam duplicationem numeri angulorum alicujus ordinati, cujus latus eſſet notum; ſatis liquet, quare *initium* à quadrato, *finem* vero fecerim in ordinato laterum 256. Quo polygono cum poſſem commodè, etiam extractionibus excluſis, *bifariam* uti ad Longomontanum refellendum; brevitatis ſtudio, *unum* modum in aliud tempus diſtuli, *alterum* autem coarctavi in ſpatium quantum fieri potuit anguſtiſſimum (ita tamen ut nihil omitterem, quod peritiores & ſatis attenti deſiderarent) tantò enim citiùs imprimi, commodiùs epiſtolis includi, & ad omnes Mathematicos dimitti poſſe con- *p.4 l.20.* ſtabat. Memor autem eorum, quæ in Bibliopoléo dixeram, *p.4.l.8.* *p.6.l.25.* decrevi iſtam refutationem comprehendere *uno folio*, qualia erant illa ex quibus conſtabat liber ille Longomontani. Eò tandem περιεργίας ventum eſt, ut illam paginarum menſurâ, & typorum magnitudine, atque adeò verſuum numero, accuratè cum foliis Longomontanis convenire voluerim, quò concin-

niùs eam libro iſti adjungere poſſent, qui illum vel emiſſent, vel empturi eſſent. Hujus tamen concinnitatis causâ, propter loci anguſtiam, interrumpenda videbatur catena illa apodictica, quæ priorem partem refutationis complectitur, ubi, novo artificio, tangens arcûs continuâ peripheriæ biſectione inventi, demonſtratur minor eſſe datâ quadam rectâ. Illam igitur ut integram conſervare unoque intuitu in priore paginâ exhibere poſſem; excludenda erat aut *præfatio*, aut theorematis *demonſtratio*, aut ejuſdem per numeros *illuſtratio*. Retinenda autem erat *prima*, ut omnibus conſtaret, me, vetera artificia probantem, coactum fuiſſe novis uti; *poſtrema* verò, ne imperiti, mentem meam planè nova præcipientis non aſſequerentur; *Demonſtrationem* autem commodè in aliud tempus *differri poſſe*, &, propter rationes alibi dicendas, *omitti debere* putabam. Illâ igitur ut minùs neceſſariâ exclusâ, & præfatiunculâ, tanquam heterogeneâ, à ſequentibus, typis paulò minoribus diſtinctâ, locus minimè defuit magis neceſſariis. Abſolutâ hoc modo refutatiunculâ, de typographo non diu deliberatum. Illos enim typos prætuli, quos Longomontanis portentis pollutos atque iſtius chartulæ impreſſione optimè expiari poſſe arbitrabar. D. Blauio igitur illam oſtendere ſaltem volui, tentaturus an tantillum operæ Veritati mihique daturus eſſet, qui tantum, contra Veritatem, ſuumque judicium, dediſſet amicitiæ inter patrem ſuum, & Longomontanum, in ædibus Tychonicis contractæ. At ille eam nitidè ſcriptam & Typothetæ planè paratam videns, etiam non rogatus, ſtatim promiſit ſuos illam in quamplurima ectypa multiplicaturos, quæ omnibus Mathematicis mitterentur ſeorſim, & præterea quæ ſingulis librorum Longom. exemplaribus nondum venditis apponerentur. Eamque ob cauſam placuit, ut paginis in-
p. 38. l. 13. ſcriberentur numeri 73, 74, quia Longom. libelli in paginâ 72 deſinunt. Iis ſolis numeris propter paginarum noſtrarum ordinem mutatis, refutationem illam hîc repetemus.

Tam

TAm multa sunt, in quibus *libri de Circuli mensura Amsterdami nuper impressi*, ab omnibus Mathematicis dissentiunt, ut refutari citò debeant & facilè possint. Quoniam autem vulgares Mathematicorum lapides Lydios (iteratam nempe in polygonorum lateribus investigandis radicum extractionem & Trigonometrarum Canones) tanquam minimè accuratos, ipse librorum auctor (quamvis injustè) respuit; nova utique nobis ineunda erit via.

TAngens cujuslibet arcûs minoris quàm 45 gr. 06
ducatur in duplum Quadratum Radii;
à Quadrato Radii auferatur Tangentis quadratum;
Illud productum dividatur per hoc residuum:
Quotus erit Tangens arcûs dupli.

Vt, si Arcûs 16°. 41′ $\frac{9546-}{10000}$ *Tangens sit* $\frac{3}{10}$ *radii,*
Radius sit 10; *Tangens igitur erit* 3,
Ducatur 3 *in bis* 100, *id est in* 200, *fiunt* 600:
à 100 *auferantur* 9, *relinquentur* 91:
Divisis 600 *per* 91, *Quotus erit* 6 $\frac{593406593406}{1000000000000}$ *&c.*
Ergo, si radius sit 100000,00000.
Et 30000,00000 *sit Tangens* 16°.41′ $\frac{9546-}{10000}$
tum 65934,06593 *&c. erit tangens* 33. 23 $\frac{9092-}{10000}$.

Eodem modo; *ad radium* 100000, 00, *datis hisce 6 tangentibus*

viz, 0. 41421, 36
0. 19891, 24
0. 09849, 15
0. 04912, 69
0. 02454, 86 $\frac{8}{10}$
0. 01227, 25

invenies hos 6 quotos

1. 00000, 01 $\frac{29-}{100}$
0. 41421, 36 $\frac{35-}{100}$
0. 19891, 25 $\frac{66†}{100}$
0. 09849, 15 $\frac{45†}{100}$
0. 04912, 69 $\frac{66-}{100}$
0. 02454, 86 $\frac{97†}{100}$

qui proinde sunt tangentes arcuum duplorum.

Atqui Tangens 45°, 00′ *est minor quàm* 1, 00000, 01
Ergo Tangens 22, 30 *est minor quàm* 0, 41421, 36
Ergo Tangens 11, 15 *est minor quàm* 0, 19891, 24
Ergo Tangens 5, 37 $\frac{1}{2}$ *est minor quàm* 0, 09849, 15
Ergo Tangens 2, 48 $\frac{3}{4}$ *est minor quàm* 0, 04912, 69
Ergo Tangens 1, 24 $\frac{3}{8}$ *est minor quàm* 0, 02454, 86 $\frac{8}{10}$
Ergo Tangens 0,42 $\frac{3}{16}$ est minor quàm 0, 01227, 25

 Demon-

Demonſtravi igitur (idque ſine tangentium Canone aut radicũ extractione) tangentem $0^{\circ},42'\frac{3}{16}$ eſſe minorem quàm 0,01227,25 Ergo, duplicata tangens arcûs $0.42'\frac{3}{16}$ eſt minor quã 0,02454,50 At, duplicata tangens arcûs $0^{\circ}.42'\frac{3}{16}$, ſive $\frac{180}{256}$ gr., eſt Latus Polygoni ordinati, lateribus 256, Circulum circumſcribentis.

Ergo, Latus Polygoni ordinati, Circulo circumſcripti, 256 laterum, eſt minus quam 2454,5, qualium Radius eſt 100000, 0.

Ergo Semiperimeter talis Polygoni eſt minor quàm 314176,0.

Ergo, ſi Diameter alicujus circuli ſit 1, 00000, tota perimeter talis polygoni dato circulo circumſcripti erit minor quàm 3, 14176.

At Chriſtianus Severini Longomontanus Cimber, Superiorum Mathematum in Regiâ Academiâ Haunienſi Prof. Pub. Lib. de abſoluta circuli menſura, pag. 24. 32. 57. 64. 65. 66. 67. 68. 69. aſſerit *ipſius circuli peripheriam fore* $3,14185\frac{96}{100}$ &c.

Eſt igitur, ſecundùm hanc Longomontani aſſertionem, *Peripheria circuli major quam Perimeter polygoni ordinati*, 256 *Laterum, eidem circulo circumſcripti*, quod eſt abſurdum.

Erit etiam *Area circuli major quàm area talis polygoni circulo circumſcripti, id eſt, Pars erit major toto*, quod eſt abſurdiſſimum.

Falſa igitur ſunt fere omnia, ex quibus Longomontanus, in libris ſuis *de quadraturâ ſive menſurâ circuli*, tam abſurdas concluſiones deduxit.

Falſa item ſunt omnia illa hujus falſiſſimæ aſſertionis conſectaria, quibus iidem libri referti ſunt. Niſi enim fundamentum fideliter jeceris, quicquid ſuperſtruxeris, corruet.

Abunde igitur ſufficit hæc unica pagella, tot chartis libriſque aliquoties editis refutandis; triumque horularum ſpatio, noſtra premens veſtigia, poſt pauculas multiplicationes & diviſiones, tot annorum incredibiles Longomontani labores prorſus periiſſe videbis. Ita cenſeo

Ioannes Pellius, Coritano-Regnus, Anglus,
Matheſeos in illuſtri Amſtelodamenſium Gymnaſio Profeſſor.

Calendis Sextilibus, Anno 1644.

Hujus chartulæ prima exemplaria ex Typographéo Blauiano accepi Augusti $\frac{8}{18}$ 1644. Nec diu cunctandum ratus, eo ipſo die incepi illa partim dimittere, partim aliis dimittenda tradere. Quod & poſtea ſæpiùs factitatum. Nec auſim ſperare tam bene comparatum eſſe cum noſtri ſeculi ingeniis, ut tot habeat Europa, hujus argumenti judices idoneos, quot ego donavi exemplaria. Verùm, dum aliis fido, quos meliùs poſſe putabam, valdè metuo ne quidam oblivioſi vel rerum ſuarum fortaſſe ſatagentes, aut omnino non ſparſerint, aut aliis non nimiùm diligentibus illud negotium commendârint, qui chartas illas dederint, quibus minimè oportebat. Ipſe enim novi quoſdam harum rerum valdè peritos, qui nuper negarent ſe accepiſſe. Nonnullos etiam eas habuiſſe ſcio, qui ſcripta Latina æquè intelligunt, atque ego Sinenſia. Ideoque dum iſti *indigni* habent, minimè miror, ſi nonnulli ſint interim *digniores*, qui eas nondum viderint. Qui tamen meam voluntatem, uti ſpero, boni conſulent, nec ſe ſpretos putabunt. Si quid autem unquam habuerint, quod multorum interſit ſtatim ſcire, meminerint, meo exemplo moniti, non ſatis eſſe typis illud deſcribere, niſi ipſi diligentiùs curent ut iis tradatur quibus maximè oportuit; noſtroque ſeculo, non minus quàm priſco illi, convenire conſilium illud Ennii.

Hoc erit tibi argumentum ſemper in promptu ſitum,
Nequid expectes amicos, quod tute agere poſſies.

Verùm, ut ad mea redeam; Dimiſſis tot exemplaribus, videbar ſcopum meum aſſecutus; eò nempe rem perduxiſſe, ut omnibus innoteſcere poſſet, me, cum omnibus veris Ma- *p.4.l.20.* thematicis in argumento Cyclometrico, contra Longomontanum ſentire; Novumque artificium oſtendiſſe, omnes novos Cyclometras qui circulum juſto majorem fecerint, facillimè refutandi ſine numeris incommodis aut ſupputationibus intricatis; Ejuſque exemplum breve quidem, ſed ſatis clarum dediſſe, demonſtrando, *Haunienſem circuli aream non eſſe veram, niſi pars ſit major toto.* Ideoque non verebar, ne iſtam meam

meam opellam *periti candidique* non approbarent. At de ipſo Longomontano bene ſperare *ſolus* vix audebam ; Quum *tam multos* nôſſem , qui illum *jamdudum* in inſanabile delirium incidiſſe arbitrarentur (quippe qui nullis, quantumvis peritorum, epiſtolis vel colloquiis adduci poſſet, ut ſe erraſſe confiteretur) ; *jam* autem multis quidem annis *ſeniorem* , ne hilo tamen *ſaniorem* eſſe crederent. Et ſanè ejus recentiſſima ſcripta vix ullum *peritiæ* dabant argumentum, vel *candoris* ſpem. Qui enim tot frivolas ratiunculas pro juſtis demonſtrationibus paſſim venditaret, tamque inſolenter *omnes* Mathematicos provocaret ; ille profectò nec legitimas apodeixes à paralogiſmis diſtinguere poſſe nec diſſentientem ferre velle
p.2.l.12. videbatur. Ita ut , quamvis prœlium meditaretur , atque aliquem eximium adverſarium ſibi depoſceret ; magna tamen dederit indicia ſe nullas juſti certaminis leges obſervaturum, nullam omnino refutationem animo tranquillo ac defæcato examinaturum, nec ulli candidè & placidè reſponſurum. Quibus igitur oculis *meam* aſpiceret chartulam, quæ
p.14.l.27. *omnes* ejus labores *prorſus* periiſſe pronunciaret ? Quam tamen jam publici juris factam, vel me invito, in ejus manûs perventuram videbam. Ipſe igitur mittere malui, & ſimul dicere, quam obrem *ego* contra illum publicè ſcripſiſſem. Nec inconſultum videbatur, paucis indicare , quantam operam dediſſem, & daturus eſſem , ut omnes ſcirent me ita feciſſe. Neque enim aliâ ratione putabam reſponſum ab eo extorqueri poſſe, ſi fortè refutationem tam brevem vel antagoniſtam tam ignotum contemnens, ſilentio omnia diſſimulari poſſe crederet. Quum tamen imperitiorum intereſſet, ut ille errores ſuos vel *defendens*, apertiùs oſtenderet, quàm cæcus dux eſſet, & quàm minimè ſequendus ; vel *revocans* , veritatem magis confirmaret: quod longè magis erat exoptandum. Ideoque hujuſmodi reſponſi ſpem magnam ſimulandam arbitrabar ; ita tamen ut non prorſus diſſimularem, quàm nulla ferè bonæ ſpei argumenta haberem. Quæ omnia breviter & benevolè dicenda cenſens, hanc ad illum conſcripſi epiſtolam.

Cele-

Celeberrime Vir,

LOngo ſermone tua ſtudia non morabor. Vides me tuam Cyclometriam oppugnâſſe. Quod coactus ſum facere, ne alii putarent me tecum ſentire; libroſque tuos, me probante, in hâc urbe fuiſſe impreſſos. Hanc ob cauſam, refutationis iſtius exemplaria per totam Europam ſpargenda curârunt amici, & deinceps curabunt. Quemadmodum & tu libros iſtos *in Belgio excudendos* curâſti, uti ipſe ſcribis, *ut illinc Orbi citiùs innoteſcerent.* Etiam in Daniam veſtram miſſa ſunt aliquot hujus chartulæ exemplaria ante octiduum, cùm nondum ſtatuiſſem ad teipſum ſcribere. Quorſum enim tibi, novam lucem in oculos ingerendo, ſuaviſſimum ſomnium moleſtus excitator eripere conarer? aut quâ ſpe fretus ad te ſcriberem? cùm ipſe glorieris, te, à Snellio & Briggio, (at quantis viris!) manum de infelici iſtâ tabulâ ut tolleres, *fruſtra* fuiſſe monitum. *Illi* verò fortaſſe longiſſimis ratiociniis, argumentiſque intricatis & obſcuris, uſi ſunt. *Noſtra* autem ratio, quum numeris breviſſimis, & ſupputationibus facillimis & vulgaribus, contenta ſit; nec plus quàm tres horas ad examen ſui poſcat: equidem cauſam nullam video, cur te aut tam ſtupidum putem, ut ejus vim capere non poſſis; aut tam pertinacem, ut manifeſtæ veritati cedere non velis. Ideoque mihi non eſt dubium, quin hanc noſtram ἔλεγξιν ſtatim examinaturus, & quàm primùm παλινῳδίαν editurus ſis; prius quàm aliquis ex acerbioribus iſtis, te, longè acriùs & vehementiùs quàm vellem, ſine ullâ tuæ eruditionis, munerisve aut ætatis reverentiâ, exagitârit.

Deum Optimum Maximum veneror, ut tibi, quid factu optimum ſit, oſtendere velit, teque diu incolumem ſervet. Vale.

Amſtelredami, A.D. XVI Kalend. Septemb.

Inſcriptio ſuperiorum literarum hujuſmodi erat,

Venerando Seni,
Viro Celeberrimo,
CHRISTIANO SEVERINI
LONGOMONTANO,
Superiorum Mathematum
in Regiâ Academiâ Haunienſi
Profeſſori Publico.

Huic

HVic epiſtolæ in hunc modum manu meâ *ſcriptæ*, nomen meum non adſcripſi, quia jam ſemel ſubſcriptum fuerat in fine *impreſſæ* illius chartulæ, quam iſti Epiſtolæ incluſam, imò verò, ne facilè excideret, orâ interiore agglutinatam, ita miſi ut certò & gratis in manûs Longomontani, ſimul pervenirent. Vbi jam nonnullis innotuiſſet, me ad illum ſcripſiſſe, plerique putabant illum non reſponſurum: at Dani, qui hîc erant, quique ejus ingenium ſatis ſibi perſpectum putârunt, hoc metuendum negabant; *Illum protinus & ſatis acerbè reſcripturum* dictitantes. Circa idem tempus quidam, cui miſeram aliquot meæ refutatiunculæ exemplaria, Viris magnis, mihi ſolâ famâ notis, offerenda, in hunc modum reſcripſit. D°. * [Nomen delevi propter maledicos Haunienſes, alibi repoſiturus, ſi ipſe permiſerit] *uti juſſeras, ante omnes, chartam iſtam tradidi, qui poſtquam, me præſente, illam admodum attentè perlegiſſet*: Solidiſſima, *inquit*, eſt hæc refutatio; quam tamen Longomontano mitti non ſuaderem. Cum enim ille jam à xxx annis, erroribus iſtis Cyclometricis ſeductus, nunquam potuerit in viam reduci: inveteratus ille morbus jam inſanabilis eſt cenſendus. Ideoque illum nulla unquam refutatio emendare poterit: tantùm irritabit pertinacem ſenem, ut non minùs ineptè & imperitè reſpondeat, quàm ſolitus eſt: aut ſi non reſponderit, ſaltem vexabitur, atque interrumpentur ejus meditationes de immortalitate & vitâ futurâ; quibus ſolis eum jam vacare credibile eſt; ſaltem tam provectæ ætatis hominem eæ ferè ſolæ decent. Cæterùm gratias, &c.

p.14.l.32. *p.38.l.8.* *p.37.l.10 & l.20.*

Hæc ille. Cui paulò poſt huc advenienti atque eadem repetenti, Imò verò, reſpondi, multùm promovebit iſtas *meditationes* mea refutatio, ſi poterit adduci ut placidè & attentè illam tam diu legat, donec penitiſſimè intelligat. Nec ille tam totus vacat *ambroſiæ* Theologicæ, quin ſæpè inſipidam ſuam Cyclometricam *cramben* reguſtet, atque variis modis recoctam imperitis obtrudat. *Spartam*, inquit in Epiſtola dedicatoriâ,

quam divinâ providentiâ, præ aliis in hoc argumento nactus sum, ornare usque me decebit. Eamque *talentum* à Domino Opt. Max. sibi concreditum putat: ideoque cavendum ne illud defodisse inveniatur. Quum tot sint interim peritiores; qui illam censent non esse σπάρτην θεόσδοτον, sed σπαλακίαν θεήλατον, nec *talentum*, sed Sisyphi *saxum*: Pœnam, inquam, gravissimam à Iudice omniscio, ob causas justas quidem, sed nobis ignotas, irrogatam. Quàm grave enim est, ad incredibiles tot annorum labores in re nihili exantlandos damnari? Quàm turpe homini docto, tantam temporis & studiorum jacturam fecisse? At tantâ cæcitate in propriâ professione laborare, turpe sanè & miserabile: præsertim in pura Mathesi, ubi errores periculosissimè propagantur, facillimè præcaventur, & certissimè deteguntur. Errores verò tales, tam sæpè, tam insolenter venditare; tam pertinaciter, toties monitum, defendere, & tantillâ tamen chartulâ funditus refutari posse; & hoc *Viventi* dedecus *atque sentienti* accidere; Infandum pœnæ genus quibusdam videtur. Quæ omnia postquàm ille perpenderit, uti merentur; omnes suas Cyclicas nugas in æternum abjiciet; easque, ne imperiti ulteriùs decipiantur, publicè detestatus, in posterum strenuè dabit operam pectori excutiendo, ut inveniat ecquid ibi lateat sceleris, cujus causâ Divina νέμεσις tam gravem illi pœnam irrogârit. Sin autem rationes meas non intellexerit,
p.19.l.23. modo tam *pius* sit, quàm quidam opinari videntur, Responsum si fortè remiserit imperitum atque adeò titulo *Mathematici Professoris* indignum; dignum saltem dabit nomine *suo*, qui
p.19.l.9. *Christianus* vocatur; ideoque non perversum, non calumniatorium.

Hæc ego tum quidem dixi. Verùm paulò pòst accepi *chartam Hauniensem*, quæ huic nostræ expectationi non bene re-
p.21.l.10. spondere videbatur. Illam hîc statim subjungerem, nisi temporis ratio nonnulla præmittere juberet, de *quodam alio*, cui mea illa refutatiuncula minimè placebat. Ipsius Viri *nomen*

reticere

reticere decrevi. Nec *eorum*, *quæ ſcripſit*, ullam mentionem faciendam cenſerem, ſi ille non maluiſſet diſſenſum ſuum *aliis*, quàm *mihi* privatim ſignificare. Nam ſi *mihi ſoli*, quæ ſibi diſplicerent, oſtendiſſet; poſſem *illi ſoli* reſcribens, ſatisfacere. Iam autem, quoniam fortaſſis multi ſunt, qui illius cenſuram viderunt; dandam operam cenſeo, ne talibus præjudiciis impediantur, quo minùs noſtræ apodeixeos vim atque artificium capere poſſint.

Ipſis enim Calendis Octobris, anni XLIIII (quum faſciculum Haunienſem nondum accepiſſem) vidi literas ad amicum ſcriptas, in quibus hæc paucula inerant, ad me meamque illam chartulam ſpectantia; *Gratias ages Erud*[mo] Pellio, *meo nomine, qui argutâ admodum uſus eſt demonſtratione, & in quâ hoc requirendum ab adverſario vereor, quòd tangentes arcuum ſubduplorum commenſurabiles videatur ſtatuere ſemidiametro, atque adeò latus quadrati, diagonio. Alio calculo non adeò prolixo invenio, ſecundùm ratiocinium* Chriſtiani Severini, *perimetrum figuræ* XXXII *Laterum circumſcriptæ eſſe minorem circumferentiâ circuli.* p 42. l. 3.

Qualia hæc tibi videntur, Lector? Ecquem ſperas horum verborum ſenſum Mathematico dignum exſculpi poſſe? At hunc noſtrum Cenſorem, Matheſi, & quidem reconditiori, jam à multis annis operam dediſſe ajunt. Nec ullam novi cauſam, cur illum mihi eſſe *infenſum*, adeoque de meis *datâ operâ perversè* pronuntiaſſe credam. Vides tamen, quàm iniquam ſententiam ferat de noſtrâ controverſiâ. Nonne videtur breviùs, eodem tamen ſenſu, potuiſſe ſcribere, *Vterque eſt aſinus*? Si enim *Rectilinei*, 32 *lateribus circulum ordinatè circumſcribentis Perimeter*, *ſit minor quàm ipſius circuli circumferentia Longomontana*, ut ille contendit: tum *latus* talis rectilinei erit minus quàm $\frac{1}{32}$ circumferentiæ Longomontanæ, id eſt quàm 0,09818,31 &c ad *Diametrum* 1,00000,00: & eundem particularum numerum habebit *ſemilatus*, ſi *Radius* ſit 1, 00000, 00. Atqui hoc falſiſſimum eſſe, facillimè demonſtrari poſſet, ſi vel unum adſtipu-

latorem

latorem noster Iudex haberet. Nunc, quum solus dicat, ipse
p.13. viderit, an non satis ex nostrâ illâ chartulâ appareat, Semilatus
talis Polygoni [sive, quod idem est, Tangentem arcûs 5 gr.
$37\frac{1}{2}$] longè propiùs accedere ad 0.09849, 15? Vel si illam demonstrationem non admittit, Canonicos consulat, *quibus* non minùs quam *Longomontano, & mihi*, fecit injuriam. *Illi*, dum ejus errorem, quasi nondum satis esset enormis, majorem depingit, quàm reverâ est: *Mihi* verò; dum imperitioribus persuadere voluit, me tam futilem esse, ut nesciam qualis quantusque sit error, quem impugnavi. Nam si Cimbrica illa circuli mensura excedit circumscriptum XXXII Laterum: *inepta* fuit illa
p.13. continuatio bisectionis ad figuras laterum 64, 128, 256, quam ego in illâ refutatiunculâ adhibui. At ego illam *necessariam*
p.9.l.23. fuisse ajo, quum Rectilineum CXXVIII Laterum sit majus circuli areâ Longomontanâ. Æquus etiam Lector, procul dubio mirabitur tantam, summo cum aliorum contemptu conjunctam, φιλαυτίαν, quæ *suum* tumultuarium calculum poscat præferri, non solùm *meo*, quamvis circumspectè, ut Mathematicum decuit, atque in certamine oportuit, agentis: sed etiam *omnium aliorum* Mathematicorum, qui Canones Tangentium supputaverunt. Quos ille pro fungis habet, si Canonicos numeros circa gradum $5\frac{1}{7}$, ne ad *quartam* quidem notam veros esse censet. Quod ne Longomontanus quidem diceret. At dum ille *calculum istum suum non adeo prolixum* recognoscit, nos interim *reliqua* videamus, quæ obscuriora sunt, nescio an saniora. *Tangentes*, inquit, *arcuum subduplorum commensurabiles videtur* Pellius *statuere Semidiametro; atque adeò latus quadrati, Dia-*
Euclid.47.I. 3.def. X. 117.X. *gonio*. Ain'verò? *Latus*, *Diagonio*? Nesciebam igitur Geometras demonstrasse illas rectas *potentiâ* quidem esse commensurabiles; at *longitudine* incommensurabiles? Nescivisse *videor*. Ecquid amplius? *Videor* etiam *Tangentes arcuum* SUBDUPLORUM *commensurabiles* [*longitudine*] *statuere semidiametro.* SUBDUPLORUM! Quid illud verbi est? Num OMNIUM? *Omnes*
enim

enim suis duplis sunt *subdupli*. Possunt autem omnes duplicari. Cur igitur non scripsit, *Tangentes arcuum* omnium, *longitudine commensurabiles* statuit Pellius? Quem enim *alium* sensum hîc inveniemus? An *illos solos arcûs* intelligit, qui continuâ bisectione peripheriæ circularis inventi sunt; ut 45. 22½. 11¼ &c. quos in chartulâ illâ apposueram? At ego illorum Tangentes radio commensurabiles esse *nusquam* dixi. Præterea, non solùm ipsa præcepti mei verba [cujuslibet arcûs minoris quàm 45 gr.] sed etiam Tangens illa [$\frac{1}{10}$ radii] in eâdem chartâ posita, satis monet, meum Theorema ad illos solos arcûs non pertinere, qui à 45 gr. bisecando deducuntur. An hanc commensurabilitatem extendit ad omnes tangentes arcuum *in qualibet continuâ proportione subduplâ* decrescentium? Atqui illas non *inter se* commensurabiles, sed *radio* commensurabiles videri scribit. Iam si in omni tali serie omnes sunt *radio* commensurabiles, omnes autem in aliquam seriem redigi possunt: erunt ergo *omnes omnino* tangentes tam *radio*, quàm *inter se*, commensurabiles. Frivolum ergo est illud SVBDVPLORVM; Quum sensus idem sit ac si scripsisset, *Tangentes arcuum* OMNIVM, *radio commensurabiles longitudine videtur Pellius statuere.* Id est, Pellius censet omnes rectas esse longitudine commensurabiles: Vel siqua sit recta, quæ radio non sit longitudine commensurabilis, Pellius censet eam Circulum non posse tangere. An igitur ille simul sorbere & flare voluit, dum me tangere. An igitur ille simul sorbere & flare voluit, dum me *Eruditissimum* appellavit, & tamen *tam fatua* mihi affingit? Aut tam infeliciter est illa mea chartula composita, ut *insanum* autorem habuisse videatur? Interim censor noster, qui *alios* tam imperitos censuisse videtur, prorsus nullum *suæ* peritiæ signum hîc dedit, excepto quòd necessarium illum duorum absurdorum connexum animadverterit. Quamvis illud tam obscurè subindicet, idque inter tot falsa & monstrosa tam leviter subnectat, ut nihil certi de illius peritiâ hinc possimus colligere. Ipse igitur demonstrabo, *Quadrati latus esse diagonio commensurabile,*

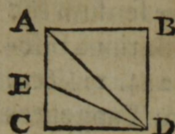
p. 13. lin. 28, &c.

lin. 8.

lin. 13.

12.X.Eucl.

rabile, si Tangentes arcuum à Quadrante ratione subduplâ decrescentium sunt radio commensurabiles: Concesso scilicet uno absurdo, sequi



necessariò aliud manifestiùs absurdum. Esto enim quadratum A B C D, ejusque Diagonius A D. Recta D E secet angulum A D C bifariam. Rectæ C E, E A, segmenta lateris C A, eandem habebunt rationem quam rectæ C D, D A per 3. VI. Euclid. Id est, ut C E ad E A, ita C D ad
18.v.Euclid. D A. Ideoque ut C E ad C E + E A (id est C A vel C D) ita C D ad C D + D A. Ergo per 10. x Euclid, si C E fuerit commensurabilis lateri C D, Erit & C D commensurabilis aggregato C D + D A, & proinde etiam soli D A, per 16. x. Euclid. At centro D, radio verò C D, si describatur circulus, E C erit Tangens arcûs 22 gr. $\frac{1}{2}$; Est enim E D C,
p.24.l.4. ex constructione, dimidium semirecti A D C. Ergo si (C E) Tangens arcûs 22. 30′ sit longitudine commensurabilis Radio (C D): Tum latus quadrati (C D) erit longitudine commensurabile Diagonio (D A). Quod erat demonstrandum. Rectè igitur Censor noster *talium Tangentium commensurabilitati* subjunxit *commensurabilitatem diagonii.*

At hæc omnia prorsus nihil ad *me*, *meamve illam refutatiunculam* spectant. Tantum enim abest *meum illud Theorema* à tam absurdis consectariis *stabiliendis*, ut nihil istis absurditatibus magis possit esse contrarium. Quippe quod solum sufficiat ad eas *refutandas. Illius enim vi demonstrabis*, Tangentem 22 gr. 30′ *esse non solùm longitudine*, *verùm etiam* POTENTIA INCOMMENSVRABILEM *Radio*; *Latus verò quadrati*, *Diagonio* SOLA LONGITVDINE *esse* INCOMMENSVRABILE. Esto enim R, Radius; T, tangens arcûs 22. 30′, sive semilatus circumscripti octogoni. Tangens autem 45 gr. (sive Semilatus circumscripti Quadrati) est æqualis Semidiametro. Ergo per
p.13.l.8. nostrum Theorema $\frac{2RRt}{RR - tt} = R$. Ergo $\frac{2Rt}{RR - tt} = 1$. Ergo $2Rt = RR - tt$. Ergo $tt + 2Rt = RR$. Ergo $tt + 2Rt + RR = 2RR$.

2RR. Ergo $t + R = \sqrt{2RR}$ Ergo $t = \sqrt{2RR} - R$. Ergo Vt 1 ad $\sqrt{2.} - 1$, ita Radius ad tangentem 22 gr. 30′. At 1 & $\sqrt{2.} - 1$ ſunt tam longitudine quam potentiâ incommenſurabiles. Ergo & Radius & iſta Tangens ſunt itidem incommenſurabiles. Quod erat primò demonſtrandum.

[Facilè poſſet eodem artificio demonſtrari, Radium eſſe multò magis potentiâ incommenſurabilem Tangentibus *reliquorum* arcuum in illâ refutatiunculâ ſequentium, nempe grad. $11\frac{1}{4}$. $5\frac{5}{8}$. $2\frac{13}{16}$ &c. ſive Semilateribus Ordinatorum circumſcriptorum, angulos habentium XVI. XXXII. LXIV &c.] *p.13.l.30.*

Rurſus; Habuimus modò Analogiam: ut C E ad C D. ita C D ad C D + D A. Sive, Vt Tangens arcûs 22 gr. 30′ ad Radium, ita Radius ad aggregatum Radii & Secantis 45 grad. At, ut $\sqrt{2.} - 1$ ad 1 ita 1 ad $\sqrt{2.} + 1$. Ergo ut 1 ad $\sqrt{2.} + 1$, ita Radius ad illam ſecantem + Radio. Ergo ut 1 ad $\sqrt{2}$, ita Radius ad ſecantem 45 gr, id eſt, ita latus quadrati ad Diagonium. *p.24.l.9.*

Eſt ergo Diagonius, *potentiâ* quidem C O Mmenſurabilis Radio, *Longitudine* verò I N C O Mmenſurabilis; quemadmodum & omnes Geometræ demonſtrârunt.

Veſtrum, Lectores, erit judicare, an, tanquam *lippus inungi* non debeat ὀξυδερκέστατος ille, cui *ſoli* V I D E O R *tangentes arcuum omnium commenſurabiles ſtatuere ſemidiametro, atque adeò latus quadrati, Diagonio*: Quum falſis iſtis effatis planè contraria & optimè cum aliorum Mathematicorum demonſtratis conſentientia, ex meo illo Theoremate deducantur, ita ut illius Veritati *confirmandæ* probè inſerviant ea argumenta, quæ ad illam *labefactandam* parabantur.

Interim non nego *imperitis* tales rationes probari poſſe: ſed *imperitis ſolis*. Quibus, ſive ipſum *præceptum* meum conſide- *p.13.l.8.*
rent ſive *exemplum*, tale quid ſenſiſſe videbor. In *Exemplo* vi- *lin. 13.*
dent tangentem tam arcûs ſimpli (3) quàm arcûs dupli ($\frac{600}{91}$) eſſe Radio (10) commenſurabilem. In *Præcepto*, nulla impera-

tur *Radicum extractio*, quæ sæpissime incommensurabilium est origo. Adhibentur tantùm *multiplicatio*, *subtractio & divisio*; quæ non possunt incommensurabilitatem introducere. Putabunt igitur omnes tangentes hoc modo inventas, radio esse commensurabiles. Addent fortasse hujusmodi demonstrationem. *Si longitudine commensurabiles sint Radius & Tangens, erit & hisce commensurabilis Tangens arcûs dupli, quadrupli* &c. Agnosco hoc verum esse & necessarium mei Theorematis consectarium. Quid tum postea? *Ergo, Si longitudine commensurabiles fuerint Radius & Tangens arcûs dupli, Erit & hisce commensurabilis Tangens arcûs simpli.* Non sequitur; nec ulla ratio connexi, cum concessero superius, cogit inferius concedere. *Ex factoribus paribus producti semper sunt pares*, inquit Arithmeticus: at non affirmabit *omnem numerum parem ex factoribus paribus esse productum. Rectas longitudine commensurabiles, etiam potentiâ com-*
9. X. Eucl. *mensurabiles esse*, docent Geometræ: Iidem tamen negant *omnes rectas potentiâ commensurabiles, etiam longitudine symmetras esse.* Atque, ut semel dicam, habent & Mathematici æque ac alii, innumera Theoremata, quæ per conversionem fiunt minus universalia. Ideoque *solis imperitis* imponere potest innumerabilis illa multitudo Tangentium Radio commensurabilium, cum Tangentes Radio INcommensurabiles sint etiam innumerabiles. Imò verò *imperitissimus* sit oportet, qui non intelligit quamlibet rectam, quocunque modo incommensurabilem Radio, ad angulos rectos in extremitate diametri excitari posse, atque ita fieri tangentem alicujus arcus; tales au-
p. 13. tem tangentes, juxta meum præceptum Logisticis operationibus subactas, omne genus *incommensurabilium tangentium* producturas.

Quæ cum ita sint, Lectores, benigniùs fortasse faciemus, si conemur aliquem *colorem* invenire, quo possit censor noster omni imperitiæ suspicione liberari. Quod fiet, si dicamus illum *de Longomontani judicio, non de suo* locutum fuisse, atque in

hunc

hunc modum ſcribere voluiſſe, *Gratias ago pro exemplaribus iſtius refutatiunculæ, in quâ* imperitis *videbitur Pellius, Radii cum Tangentibus, Lateris cum Diagonio, Symmetriam ſtatuere: ideoque illius Theorema rejicient. Quod & Longomontanum facturum credo, qui ſuæ* imperitiæ *luculentum dedit argumentum, cum peripheriam circuli* majorem *fecerit perimetro ordinati circumſcripti* XXXII *laterum.* p.21.l.12.

At quomodo hoc poſtremum defendemus aut excuſabimus? quum, uti ſupra diximus, peripheria Longomontana *minor* ſit perimetro circumſcripti CXXVIII laterum, ideoque FALSO hîc dicatur *major* perimetro circumſcripti, 32 latera habentis. Quæramus ergo iſtam perimetrum, adhibitis tantùm noſtræ chartulæ numeris. Ibi demonſtravimus, Ad Radium 1, 00000, 00 tangentem 5 gr. 37′½ eſſe minorem, quàm 0, 09849, 15 Ergo duplicata tangens arcûs 5. 37½ eſt minor quàm 0, 19698, 30 At, duplicata tangens arcûs 5. 37½ ſive $\frac{180}{32}$ gr. eſt latus Polygoni ordinati, Lateribus 32, Circulum circumſcribentis. Ergo, Latus Polygoni ordinati, Circulo circumſcripti, 32 laterum, eſt minus quam 19698, 3, qualium Radius eſt 1, 0000, 0 Ergo, Semiperimeter talis Polygoni eſt minor quàm 3, 15172, 8 Ergo, Si Diameter circuli ſit 1, 00000, 0, *tota perimeter* talis polygoni dato circulo circumſcripti, erit minor quàm 3, 15172, 8 At ſecundùm Longomontanum, *circuli Peripheria* eſt 3, 14185, 9 &c. Ex *hoc* igitur calculo, non apparet perimetrum iſtam eſſe *minorem* peripheriâ Lõgomontanâ. Eo verùm paululùm immutato, demonſtrari poteſt illam eſſe *multò majorem* iſtâ peripheriâ. Fortaſſis igitur ille, Longomontani numeros examinaturus, quum eos ex meâ chartulâ in ſuum abacum calculatorium deſcriberet, male ſcripſit 3, 15185, 9 &c. pro 3, 14185, 9 &c. Vel cum ab initio rectè ſcripſiſſet 3, 141 &c. ſed, ut feſtinantes ſolent, notis adumbratis potius quàm expreſſis, illas paulò pòſt reviſens, pro 4 legebat 5, diſtorta & vacillante figurâ deceptus, quam poſt-

(margin notes: p.22.l.14. — p. 13. l.31. — p.14.l.15. — p.14 l.15.)

quam chartâ meâ non denuò inſpectâ male refecerat, ſecu-
rus perrexit, numerumque quem ipſe corruperat, impugna-
vit, tanquam erratum Longomontani. Qui ſi peripheriam fe-
ciſſet, 3, 15185,9, &c. tum quidem rectè & appoſitè hic no-
ſter dixiſſet perimetrum circumſcripti XXXII laterum, non
eſſe tantam. Illam enim modo demonſtravi minorem eſſe
p.27.l.23. quàm 3, 15172, 8.

p.26.l.31. *Colores* hi ſi tibi, Lector, placuerint, Cenſorem noſtrum *in-
conſideratum* fuiſſe concedemus: at omni *imperitiæ* ſuſpicione
abſolvemus. In talem enim errorem incidere potuit quilibet
vel peritiſſimus, non ſatis *in initio* operis attentus, vel in ſuppu-
tationis *fine*, perfunctorius ſuarum rationum examinator. At-
que hujuſmodi negligentiæ nimis multa exempla paſſim ha-
p.21.lib.10. bemus, non tantum in *epiſtolis*, urgente fortaſſe tabellario fe-
ſtinanter ſcriptis nec prelo deſtinatis, ſed etiam in *impreſſis li-
bris* eorum, quibus non peritiam, ſed curam defuiſſe ſcimus. Vi-
pag. 67. demus W. Snellium, Cyclometrici Prop. XXXVI, docen-
tem peripheriæ circularis $\frac{1}{1024}$, eſſe o gr. $17\frac{11}{32}$. His ſcilicet gra-
dibus continua biſectione deſcēdit à 5, $37'\frac{1}{2}$. 2, $18'\frac{3}{4}$. 1, $98'\frac{3}{8}$.
p.13.l.32. 0, $34'\frac{11}{16}$. 0, $17'\frac{1}{32}$. Cum debuiſſet ſcribere 2, $48'\frac{3}{4}$. 1, $24'\frac{3}{8}$.
0, $42'\frac{3}{16}$. 0, $21'\frac{3}{32}$. Nullum tamen, opinor, unquā habuit Lecto-
rem tam iniquum, ut illos errores, *inſcitiæ* potiùs, quam *incuriæ*
& *feſtinationi* imputandos cenſeret. Cum enim ſemiſſis arcûs
$\overline{5}$ gr. $37'\frac{1}{2}$ vel $\overline{4}\,96'\frac{3}{2}$ ſit $2\frac{1}{2}$ gr. + $18'\frac{3}{4}$ vel $\overline{2}\,48'\frac{3}{4}$, Ille neutro mo-
do ſupputavit. Omiſit enim iſta 30′, quæ apponenda erant cæ-
teris ſcrupulis, ſcripſitque $18\frac{3}{4}$ pro $48\frac{3}{4}$. Reliquos autem tres
arcûs ex iſto falſo deduxit rectè biſecando. Penultimus enim
& ultimus ſatis demonſtrant Snellium ſcripſiſſe in antepenul-
p.28.l.19. timo 1. $9'\frac{3}{8}$ ideoque importunam illam notam 8, in Typogra-
phéo irrepſiſſe. Ita magnus ille ſupputator qui tam multos
tamque *longos* numeros in *initio* operis computaverat; propè e-
juſdem libri *finem*, numerum exiguum, per 2, ſine errore, non
diviſit. Atque utinam tam bene eſſet comparatum cum rebus
humanis.

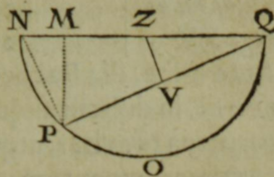
humanis, ut in hujusmodi minutiis solis talia fierent, nec in rebus majoris momenti haberemus exempla eorum, qui postquam *magna* bene præstiterunt, in *minoribus* multum de pristinâ curâ remittentes, fiunt sibi tam dissimiles, ut non cognoscas eosdem esse, redigantq; nobis in memoriam illud Ciceronis, qui cum herbas suaviter conditas largius comedisset, in molestum morbum inciderat. *Ita*, inquit, *ego qui me ostreis & murænis facilè abstinebam : à betâ etiam & malvâ deceptus sum. Posthac igitur erimus cautiores.* Ep.26.vII. Nec ego aliam ob causam hoc doctissimi Snellii παρόραμα aut prioris illius inconsideratam censuram, tam verbosè contra morem meum hîc exposui, quàm imperitiorum Lectorum gratiâ, ut illi videntes, in hisce studiis impunè neminem errare : & tamen ne maximos quidem viros ab erroribus immunes esse, ipsi quoque dicant, *Posthac igitur erimus cautiores, nec ullius computationibus rationibusve, saltem ad Mathesin spectantibus, sine accuratissimâ consideratione fidemus : ne proprio quidem calculo, nisi recognito & examinato, fidem deinceps habebimus; neque de aliorum conatibus temere pronunciabimus.* Quod si feceris, Lector, plus profecisti ex hâc digressione *cautior*, quàm ex aliis quibuscunque *doctior* factus. Omnino horum studiorum pestes censendæ sunt, credulitas & festinatio. Illi fortasse credulitas est *utilis*, qui fieri vult Apotelesmaticus, Stigmomanticus, Magus; at Mathematico *perniciosissima*, cum toties hallucinentur scriptores non tantùm imperiti & scioli, sed etiam peritissimi, & sibi satis diffidentes. Quamvis ea sit nonnunquam talium virorum infelicitas, ut alicui Typographo sint obnoxii, qui efflagitando cogat eos præcipitare editionem, nec patiatur sua scripta diligentiùs repetita, refrigerato primæ compositionis impetu & ardore, perpendere, atque tanquam exploratores, & ferè hostes, in omnes apices inquirere. *Quod addis*, inquit Scaliger, *de Xylandro, non illi soli* Ad Cl. Salmasium.
" *contigit* παρορᾷν. *Caussam harum hallucinationum nullam invenio, præ-*
" *ter properantiam. Qui enim eum familiariter noverunt, ajunt merce-*

de à mercatoribus invitatum ſcripſiſſe, ut familiam aleret. Nam quemadmodum, qui ejus eruditionem compertam habuerunt, per inſcitiam eum peccâſſe nunquam concederent: ita qui tenuitatem fortunarum ejus non ignorabunt, facilè ea παροράματα *excuſabunt atque condonabunt, quia neminem latet eum ſummam vigiliarum ſuarum in celeritate poſuiſſe: quæ ſi intra modum ſit, diligentia eſt; ſi fines migret, eſt præcipitatio.* &c. Bachetus autem paulò aliter Mathematicorum lapsûs excuſat. — *cum ingentes*, inquit, *numeros & moleſtiſſimas fractiones exhibere oportet, ut ne quis unquam decipiatur, nec aliquo ſaltem calculi errore labatur, non patitur humana fragilitas. Sed hæc levia ſunt errata, nec viris doctis imputanda, dum eos optimo uti conſtet logiſmo. Adde quod operarum negligentiâ non rarò contingunt*, &c.

Præf. in Diophant.

Quia autem incepi Mathematum cultoribus commendare anxiam hanc circumſpectionem & ſuſpicacem diligentiam, quæ non in populari aliqua trutinâ, ſed tanquam in aurificis ſtaterâ omnia examinat atque expendit; ne creduli & nimis faciles tirones perfunctoriè hoc faciant in eorum ſcriptis, quos nec inſcitiâ deceptos, nec paupertate preſſos, nec ſupputationum difficultate perturbatos, nec quotidianis ullius Tryphonis convitiis delaſſatos fuiſſe ſuſpicantur; non pigebit apponere exemplum viri celeberrimi, proprios habentis Supputatores, Typothetas, Emendatores, Typographos, Chartopœos &c. ſibi ſoli obnoxios, & à ſuo ſolius nutu pendentes; Qui librorum ſuorum editionem, quamdiu voluit, diſtulit, quemque nullus ἐργοδιώκτης potuit urgendo aut inſtigando cogere ut ea protruderet, quæ ipſe nõdum opinaretur ſatis maturuiſſe. Affectabat præterea accuratæ & ſummæ diligentiæ famam; voluitque videri, ſcrupuloſâ ſedulitate atque conatuum ſubtilitate, omnes mortales ſuperâſſe. Ideoque multis non eſt dubium, quin tantâ fide ac diligentiâ confecti & excuſi libri in manûs hominum quàm emendatiſſimi venerint. Vt ergo hujus diligentiæ peritiæque ſpecimen habeamus, ordiamur

diamur à *primo* iſtorum librorum *diagrammate*. In cujus explicatione, multa nimis oſcitanter atque imperitè ibi dicta invenias, quæ omnia ad vivum reſecari merentur. Nunc autem unum tantùm ex iis ſeligere ſufficiet, ideoque nec totum illud diagramma apponam.



Rectæ N P, P Q jungant terminos diametri N Q cum (P) quolibet puncto arcûs ſemicircularis N P O Q, cujus centrum Z. A punctis P & Z demittantur P M, Z V perpendiculares in rectas N Q, P Q.

Liquet, Z V eſſe ſemiſſem nervi N P, non Encatheti P M. Nam triangula N P Q, Z V Q ſunt ſimilia, propter communem acutum ad Q, & rectos N P Q, Z V Q (ille enim eſt in ſemicirculo, hic autem à perpendiculari factus) ideoque ut Z Q ad N Q (id eſt ut radius ad diametrum, ſive ut 1 ad 2) ita Z V ad N P. Idem facilè poſſet aliter demonſtrari, ductâ rectâ à centro Z ad P, vel ad medium nervi P N. Inventi tamen ſunt, quibus videtur Z V *æqualis* ſemiſſi Encatheti M P, & proinde *minor* ſemiſſe nervi N P. Nam ſi inſpexeris *Tychonis Brahe Aſtronomiæ inſtauratæ Progymnaſmata*, *Part. prim.* ubicunque docet *Praxin inquirendi Apogæum & Eccentricitatem Solis*, iſtum errorem ſemper invenies. In hunc enim modum ſcribit.

Pag. 22. lin. 26. Ad Annum 1588 &c.

Lineam Z V ſic menſurabimus. Complementum P O Q ad Semicir- ,,
culum eſt [*N P*] $\overline{3}$. 10'. 16''. *cujus Sinus* [*P M*] 553182, *hujus* ,,
verò dimidium æquipollet arcui Z V, 276591. ,,

Pag. 25. lin. 8. Ad Annum 1588 &c.

Complementum Arcûs Q O P ad Semicirculum eſt $\overline{2}$. 36'. 59''. *cujus* ,,
Sinus eſt 456488, *hujus verò dimidium æquivalet Z V*, 228244. ,,

Pag. 27. (Ad Annum 1583.)

lin. 17. *Complementum P O Q ad ſemicirculum eſt* $\overline{3}$ 11'. 18'', ,,

„ *hujus Sinus* 556182, *ejus dimidium* 278091, *quod æquale est ZV.*
„ lin. 31. *Complementum PO Q ad semicirculum* 2. 18′. 54″, *Sinus*
„ 403935, *ejus dimidium ZV,* 201967.

Pag. 50. lin. 19. Ad Annum 1488.

„ *Compl.* POQ	3.4′.54″	*Compl.* POQ	2.39′.4″.
„ *Hujus Sinus*	537594	*Sinus ejus*	462542
„ *Ergo* ZV	268797	*Ergo* ZV	231271

*p.*30.*l.*7. At in hisce, illa Bacheti excusatio locum nullum habet, cum non sit, in difficili aliquâ supputatione, *pennæ lapsus*; sed *Logismi* perpetua pravitas, atque adeo inexcusabilis incuriæ vel imperitiæ argumentum. Rudiores autem fortasse, hæc tam *constanter* fieri videntes, suspicabuntur omnia *rectè* facta esse, juxta arcanam aliquam rectilineorum Trigonometriam soli Tychoni notam, neque profanis mortalibus magis prostituendam, quàm illam alteram, de quâ ille Progym. part. 1. pag.
„ 587. *Divinior*, inquit, *& excellentior est Triangulorum Sphæricorum*
„ *cognitio, quàm ut fas sit ejus mysteria leviter propalare.* Verùm & hanc invidiam esse ridiculam & priorem illam pragmateiam esse erroneam, nemo *peritus* dubitat. *Réliqui* quò minus dubitent, ipsius *erroris causam* exponam.

Veteres Astronomi Apogéum atque Eccentricitatem circularis viæ Solis investigantes, adhibuerunt tantùm æquino-
Revol. lib. 3. *cap.*16. „ ctiorum & Solstitiorum observationes, *At,* (inquit Coperni-
„ cus) *à decem & pluribus annis, quibus earum rerum perscrutanda-*
„ *rum* [*studio*] *adjecimus animum, ac præsertim anno Christi* 1515, *in-*
„ *venimus ab æquinoctio Verno in Autumnale dies compleri* 186,
„ *scrup.* $5\frac{1}{2}$ *& quò minùs in capiendis Solstitiis falleremur, quod priori-*
„ *bus interdum contigisse nonnulli suspicantur, alia quædam Solis loca in*
„ *hoc negotio nobis adscivimus, quæ etiam præter æquinoctia fuerunt ob-*
„ *servatu neutiquam difficilia, qualia sunt media signorum Tauri, Leo-*
„ *nis, Scorpii & Aquarii, &c.* Atque ita pergit docere, quomodo ope talium observationum inveniri possint locus Apogæi & quantitas Eccentricitatis. Ejus diagramma atque artificia

imitari

imitari voluit Tycho. Verùm perincommodè accidit, quòd Copernico vox illa [*Sinus*] pro rectâ illâ, quam modò *Encathetum* vocavi, tanquam barbara displiceret; ideoque, cum libro primo, capite XII, Canonem daret 540 rectarum, quas Ioannes Regiomõtanus passim in suis scriptis *sinus* vocârat, Copernicus eas appellavit *semisses subtendentium duplas circumferentias.* Neque aliter loquitur in ipsâ praxi Trigonometriæ, ut in illo ipso Diagrammate capitis XVI. *Et quoniam,* inquit, *C A D segmentum deficit à semicirculo, partibus 2, scrup 54 sem. quarum subtensæ dimidia æqualis ipsi E K partium* 2534. Hic calculatores Vraniburgici, * postquam mutâssent numeros & punctorum nomina, in suo diagrammate pro C A D E K scribentes P O Q Z V, summâ cum escitantiâ pro *subtensa dimidia* (quod Copernicus scripserat) *Sinûs dimidium* sumpserunt, id est, in nostrâ figurâ pro semissenervi N P, semissem ἐγκαθέτου P M. Hoc autem semel facto, tanta securitas istos homines invasit, ut nemo eorum ab Anno 1583, usque ad Tychonis mortem, videre potuerit, dati arcûs N P semissem ostendere quantitatem anguli N Q P: illius autem anguli Encathetum sive Sinum esse necessariò Z V, cum Z Q sit Radius. Ideoque anno 1602 edita sunt ista errata incorrecta, nec ullum hujus problematis rectè soluti vestigium in scriptis Tychonicis invenio: tantùm in fine operis, inter *Errata Typographica,* hæc paucula habentur. f. 22. *σφαλμάτιον in demonstratione linea* 27, *quod etiam sequentibus quibusdam se immiscet, erroris tamen parum importat.* Nec de reliquis *quinque* locis quicquam monet ille, nescio quis, erratorum collector, & facilis æstimator; cui summa, & inexcusabilis negligentia, leviculus tantùm videtur lapsus, quia propter parvitatem arcûs N P in illis *sex* exemplis, Nervus N P non multò major videtur Encatheto M P & proinde restitutis veris numeris, Eccentricitas non multò major invenitur, neque multùm *promovetur* in exemplo primo, tertio, quinto, vel in reliquis *retrahitur* Apogéi Solaris locus: Ideoque, *erroris,* inquit, *parum importat.* Atqui, ho-

p. 31. *l.* 12.

* *Recentiores Trigonometræ, Sinubus contenti, veteribus subtensas relinquunt.*

Euclid. 20. III. *ult.* VI.

mo ſuavis, in demonſtrationibus Geometricis non quæritur, *quantum* aberraveris; aberrare non licet. Nec ubi de negligentiâ vel imperitiâ habetur quæſtio, illam defendit incommodi, quod inde ſemel accidebat, levitas; ſi eadem cauſa poſſit alio tempore longè gravius damnum inferre. Auri ñavem evertat gubernator, an paleæ, in re aliquantum; in gubernatoris inſcitiâ, vel incuriâ, nihil intereſt: poteritque alibi eadem ſive temeritas, ſive inertia, vel pretioſiſſimarum mercium jacturam facere inæſtimabilem. Quemadmodum & ſi quis exempla Tychonica per omnia ſequens, pro *Sinu dimidii arcûs* ſemper ſumeret *Semiſſem ſinûs arcûs totius*, ſive pro *nervo* ſumeret *ſinum*, næ ille in immenſos aliquando errores incidere poſſet: ut ſi arcus eſſet 90°, 00′, ſcriberet ille 50000, 00 pro 70710, 68. * Ideoque ſi iſta tam craſſa σφάλματα noviſſet Tycho, mihi non eſt dubium, quin chartas illas igni daturus, & novas correctiores ſuffecturus eſſet. Habebat enim typos proprios, & ad domini arbitrium ſenſim progredientes operas typographicas. Nec illum, quem ajunt in Aſtronomica ex proprio peculio ultra centena Thalerorum millia impendiſſe, decuiſſet tantillo chartæ parcere, vel propter tantulos ſumptûs, tam grandia errata ibi intacta tolerare; ubi motûs Solaris adeoque totius Aſtronomiæ à ſe inſtaurandæ fundamenta ponebat. Quò magis inexcuſabilis fuit ille erratorum Collector, qui *omnes* illius argumenti demonſtrationes uno paralogiſmorum genere fœdatas videns, ne *unius* quidem correctionem appoſuit, nec monſtravit, quale eſſet illud σφαλμάτιον, quod in *ſex* illis demonſtrationibus inveniebatur, nec veram praxin vel unico exemplo, vel nudo præcepto docuit. Quin & ipſe Longomontanus, *Copernici* praxin exſcribens, *Sinum* ſumit *dimidii arcûs*, ut oportuit, & proinde in errorem illum Tychonicum ibi non incidit: tamen ubi ventum eſt *ad Tychonem*, illius obſervationes laudat, eumque *peritiam, fidem ac diligentiam omnium prædeceſſorum ſuorum longè ſuperâſſe* affirmat; apponit etiam illam Eccentricitatem & Apogéi locum, quem invenerat

Marginal notes:
* *ſive* 100000 *pro* 1414214.
Hæredum præfatio pag. 1. *pag.* 4.
p. 33. *l.* 24.
Aſtrono Danica pag. 180.
pag. 185.
p. 182.

rat Tycho ad annum 1588: nec tamen vel uno verbulo lectoribus cavet, ne in illam Vraniburgici calculi foveam incidant, quod facilè fiet, si accurati *præcepti Sole* carentes, *ignem fatuum* tot erroneorum *exemplorum*, incauti sequuntur. Quum igitur omnes Tychonici fœdum illum lapsum dissimulare maluerint, quàm lectorum imperitiorum studiis hâc in re consulere; me non malè de iis mereri posse putabam, si, hâc occasione datâ, indicarem, nemini, quantumvis magnificè suam solertiam efferenti, fidendum in rebus Mathematicis: seorsim verò, Tychonicas supputationes deinceps suspectas habendas, nisi fortè putamus calculatores Vraniburgicos in *uno* triangulorum *rectilineorum* casu *semper*, in *innumeris* fere triangulis *sphæricis* solvendis *nunquam* errâsse. Sed de universâ Astronomiâ Dano-Bohemicâ quid sentiam, alibi meliùs dicetur. Nunc autem manum de tabulâ; ne videamur à Controversiâ Cyclometricâ ad Astronomicas deflexisse.

Redeamus igitur ad illam, unde divertimus, admonitionem, ne imperitiores, tot exemplis nondum satis moniti, oblivìscantur omnia etiam tuta esse timenda; angues in herbâ latitare, magnosque saltem calculi (& utinam solius calculi) errores sæpe in Mathematicorum scriptis, præsertim recentiorum, inveniri; qui cum erratorum Catalogo non fuerint inserti, ἀυτοδιδάκτες & credulos miserè torquent, aut seducunt. Suspenso autem gradu opus est iis, qui in ignoto calle sine duce ambulant, & spinas calcant, ubi facilè quidem, at periculosè impingere vel errare possunt. Pedetentim igitur Lector, & cautè incedito, ubique aliis, maximè verò tibi ipse diffidens: vel, si Græcè mavis, Σπεῦδε βραδέως, μέμνησο ἀπιστεῖν, Γνῶθι σεαυτόν. Quæ tria si feceris, poteris cum fructu & difficiliores nodos aliquando ipse aggredi, & *Sciolos* viribus majora tentantes audire. Inde enim fies, si non peritior, at saltem prudentior. Namque & inter illos, qui Mathematici appellari cupiunt, invenies illud genus hominum, qui haberi se primos omnium doctorum volunt, nec sunt. Qui quamvis passim suam prodant insaniam, nusquam tamen se turpiùs dant,

quàm ubi Mathesin augere & corrigere conantur. Illa enim omnes istos παραδιορθωτὰς ridiculos facit, dum eorum imperitiam summâ cum arrogantiâ conjũctam tam apertè demonstrat, tantâque in luce eorum turpitudinem denudat, ut vel lippis & tironibus fiat manifesta. Quamvis ipsi, etiam convicti, sæpe pergant sua somnia impudenter venditare, &, quod intolerabilius est, audacissimè defendere. Quum periti & φιλαλήθεις, ut rariùs errant; sic faciliùs suos lapsûs *ipsi* deprehendant: *moniti* verò statim videant, agnoscant, tollant, at-
IX Ep. 20. que monitori agant gratias. At quemadmodum Ciceronis coquus nihil eorum, quæ in splendido convivio viderat, præter jus fervens, potuit imitari: Sic illi priscorum Mathematicorum simii, quamvis se eos superâsse jactant, nihil tamen habent simile, præter quasdam tritas formulas, veteris styli gravitatem redolentes, *Dico quod* &c. *Si enim fieri potest* &c. *Quod est absurdum. Manifestum est* &c. *Quod erat demonstrandum. Oportet autem* &c. *Factum jam sit* &c. *Componetur autem in hunc modum* &c. *Quod erat faciendum* &c. At *potiora & præcipua* prorsus absunt. Pro veritatibus æternis firmiter & perspicuè demonstratis, pro utilibus ingeniosissimè excogitatis; pro summâ Mathematicorum vigilantiâ, sagacitate, ingenuitate, in erroribus præcavendis, deprehendendis, corrigendis; invenies Febricitantium somnia, Paradoxa ἀσύγκλωστα, vel, si quando felicissimè res succedit, ἔνδοξα καὶ πιθανὰ εἰκοτολογήματα paralogismis, in speciem, munita, & magnificis pollicitationibus, nonnunquam etiam temerariis provocationibus, incrustata. Postquam autem peritior aliquis accesserit, qui *homini erranti comiter monstret viam,* vel, quantumvis procaciter lacessenti, placidè respondere incipiat, si tum *nil dignum tanto ferat hic promissior hiatu,* si, pro ἐνδοτάτοις, ἐντέχνοις, ἐπιστημονικοῖς καὶ ἀποδεικτικοῖς λόγοις, reponat tantùm παρέργους καὶ ἀπροσδιονύσους διεξόδους; si pro παλινῳδίᾳ cum gratiarum actione, ille scommata, convitia, mendacia, calumniasque impudentissimè confictas accumulet: opinor, nihil opus esse monitore, qui aurem talia legentis vellat atque ingeminet, μέμνησο ἀπιστεῖν. Ecquid autem de hâc fæce hauriat Longomontanus, viderint *Periti, Imperitiores*, nisi hoc modo præmonitos, τερατώδη καὶ ἀλλόκοτα portenta spectatum admittendos non censebam. Tandem igitur & Longomontanum ipsum mihi respondentem audiamus.

Ἐλέγξεως

Ἐλέγξεως

IOANNIS PELLII
contra

CHRISTIANVM S. LONGOMONTANVM
De

MENSVRA CIRCVLI

Ἀνασκευή.

In Pellium & Guldinum veræ Cyclometriæ adverſantes.

Pellius Authoris Longo de monte ROTVNDI
Dum nimium inflatus, pellere tentat Opus,
Fit matri ſimilis, cæcos quæ incauta catellos,
Partum immaturum de properando, parit.
Parturiunt montes, naſcetur ridiculus mus;
Pellius & Guldin rodit uterque, Quia
Quod NATVRA *docet, quod* CIRCVLVS *ipſe requirit,*
Hos pudet è Cimbro diſcere velle viro.

Ab amicis.

HAVNIÆ,
Anno Domini M. DC. XLIV.

PRÆFATIO
Christiani S. Longomontani ad Lectorem benevolum Mathematicum.

SUb initium Septembris anni hujus, postquam paulò antea Tractatum meum de absoluta mensura Rotundi Plani seu Circuli, Amsterdami prælo excusum, nactus essem, folium quoddam chartaceum una cum scripta Epistola adglutinata ad me transmissum est à quodam, ut nomen suum professus est, Ioanne Pellio Coritano-Regno Anglo, illustris Gymnasii Amstelodamensium Matheseωs Professore, in quo uno labores meos omnes Cyclometricos labefactâsse insolenter se jactârat.

Quanquam autem meritò me suspendere posset, & Responsionem necessariam retardare, quod in frontispicio folii istius numerus 73, & facie altera 74, adjectus erat, donec scilicet omnes istas paginas ad manus haberem, atque ex illis experirer, si fortè scriptum istud meum, ita ut Mathematicum decuit, ordine sigillatim refutâsset, præsertim siquidem ita impræsentiarum auspicatus est: Tam multa sunt in quibus libri de Circuli mensura Amsterdami nuper impressi, ab omnibus Mathematicis dissentiunt: *tamen quia, nec senium meum, nec nomen & fama ulteriorem cunctationem pro justa veritatis defensione permittunt, eandem igitur aggredior, in qua majore brevitate, majoreque modestia, quàm Pellius ipse, usurus, ita effrenem in me juvenis petulantiam retorquebo, ut etiam æquo judicio Mathematici cujusvis labores mei Cyclometrici ab inscitia hominis istius vindicati orbi deinceps sint profuturi. Optimè vale.*

Textus Pellii sequitur:

Tam multa &c]Habetur in paginis 13. & 14. præcedentibus.

I. Pel-

I. Pellii contra Ch. S. Longomontanum

REFVTATIO.

TAm multa sunt] *Duo in hoc proœmio Pellius committit Philosopho, & imprimis Mathematico, indigna.*

Primum quòd tam multa ista, quibus libri de mensura Circuli ab omnibus Mathematicis dissentire ait, ordine in iis non ostendat, sed solâ Instantiâ à Tangentibus suis desumtâ, ea refutare se posse putet, quum Instantiam dare non sit solvere, ut vulgò inter Disputantes fert proverbium.

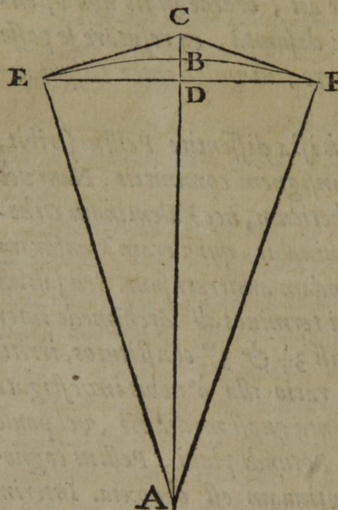
Deinde dum ab omnibus Mathematicis ista dissentire Pellius scribit, fallaciam ab insufficiente enumeratione insignem committit, Nam nec Ioh. Regiomontanum, nec Ioachimum Rheticum, nec Valentinum Othonem, nec ullos verè Mathematicos nominabit, qui veram mensuram Circuli è canone Trigonometriæ, exstruendam arbitrati sunt. Sed saltim per ipsum Cyclometrarios eos coërceri, qui terminos ab Archimede inter rationem Peripheriæ, & Diametri Circuli $3\frac{1}{7}$ *&* $3\frac{10}{71}$ *constitutos, irritis suis rationibus transilirent. Cæterum ratio illa à nobis invêstigata* $\frac{314185960}{100000000}$ *&c. quia inter Archimedis inventa quasi media est, vel paulò infra, ut Cap. ultimo lib. 1. de mensura Rotundi plani, Pellius cognosceret, quocirca correctioni à Canone neutiquam est obnoxia. Interim hac Synecdoches hyperbole usus est, ut calumnia ipsius in me apud imperitos vim majorem obtineret.*

Nunc ad ἀντιστροφὴν *inauspicatæ ac infelicis Instantiæ Pellianæ in hoc Cyclometrico argumento veniam, & quidem Instantiâ contrariâ, ut sequitur.*

Si Tangentes in Canone veri fuerint, quos Pellius compendio quodam ex Logarithmis, ut videtur, Neperi vel Briggii, [*cæteroquin Geometricè indemonstrabili*] *præcisè satis asserit, erit Tangens ad 24 M: verus in numero 69813, & sinus rectus eidem numero ad 24 M: similiter æqualis, radio Circuli 10000000 supposito, quibus utrinque duplicatis, sit arcus figuræ seq. EBF 48 M: subtensa vero EDF 139626,* cui

cui numero æquales ſimul ſunt Tangentes EC & FC. Ex hiſce igitur δεδομένοις cum Alphonſo Molinenſi Hiſpano adverſus Euclidem ita ſcilicet hic Dn. Pellius & amici ratiocinari poterunt.

Trianguli Rectanguli CDE figuræ adjectæ, quia latera ED & EC ſunt æqualia, & EC ſubtendit angulum rectum ad D, erit quoque angulus ad C rectus, ex 11. *artic. Molinenſis reperti* 18, *adverſus* 17. *pr. lib.* 1. *Euclid.*



Porrò in Triangulo rectilineo ECF, quia EC & CF ambo latera æqualia ſunt lateri EF. Sunt igitur in Triangulo ECF. duo latera reliquo æqualia, cum Hiſpano iſto, articulo 12 *ejuſdem Reperti, contra* 20 *pr. lib.* 1. *Euclid.*

Quin & plura heic ad Geometriam Molinenſem inſigniter augendam faciunt, ut ſunt; polygonum inſcriptum & circumſcriptum 450 *laterum, [nam eò* 48 *M: ſe extendunt] inter ſe eſſe æqualia, & ideò inſcriptum veluti pars, toti circumſcripto æquale: Denique Peripheriam & aream Circuli utrique æquales. Atque hæc & ſimilia è Canone Pellius reportabit, quæ ſi Mathematici omnes approbaverint, ipſius in me inſultum tot verbis probroſis exaggeratum patienter ferre cogor: Sin minùs, temeritatem ſuâm juvenilem ingenuè ipſe, ut æquum eſt, redarguat.*

Equidem cauſam non video, cur Pellium, poſt Apologiam noſtram ad finem lib. 1. *horum lectam [ſi modò ab ipſo lectam] tam ſtupidum putem, ut Canonis defectum, circa veræ Circuli menſuræ indaginem, non animadvertat. Quæ certè niſi penes ejuſdem initium fieri nequit. At ſinus & Tangentes ſtatim ab ipſo ortu differentiam paulatim augendam admittunt, licet per numerorum, ex Arithmetica, proportionem ſub initium Canonis, [ut heic ad* 24 *M:] imperceptibilem: Proinde contingit,*

tingit, quod numeri per διχοτομίαν versus initium descendentes, defectum magis magisque paulatim inducant, donec Sinuum & Tangentium æquatio veram anteverterit. Atque hisce paucis omnes Mathematici vident, qualis ἔλεγξις fuerat, per quam labores Longomontani, in his libris, & antea undecim aliis Tractatibus ejusdem argumenti in pub. promotis periisse, stolidè Pellius censuit. Restat epistola ejusdem ad me, in qua, licet ob eandem suam infelicem ἔλεγξιν immaturè triumphum agat: eidem tamen non nisi modestè at sobriè respondebo.

EPISTOLA I. PELLII, ad CH. LONGOMONTANUM.
Celeberrime Vir,

Longo sermone tua studia &c.] Habetur in pag. 17. præcedente.

AD EPISTOLAM I. PELLII RESPONSIO.
Doctissime Vir,

NEc ego studia tua longo sermone morabor. Vides in ἀναισχυντῇ ἐλέγξεως tuæ in me, quo felicitatis successu Cyclometriam meam oppugnâsti: Ecce enim, dum folio isto in lucem emisso, non solum favori meo apud illustrem Gymnasii vestri Curatorem, Cui libellos istos de mensura Rotundi Plani dedicavi; sed etiam famæ meæ, per totam, ut scribis, Europam, petulanter, quantum in te fuerat, detrahere conatus es, id certè effecisti, ut illustratio veritatis hujus argumenti uberior in notitiam omnium Mathematicorum veniret, & Cyclometria ex Canone Trigonometriæ, absque defectu nunquam perficienda, ad vera ac necessaria sua principia tandem à nobis deducta fuisse cognosceretur: Quæ duo inprimis sunt, [adhuc tibi, ut videntur, ignota] nempe Symmetria lineæ rectæ, ac Circularis, tum quoque Diametri Circuli, ad suam Perimetrum, affectio: quorum illud in ipsa longitudine, hoc, illius respectu, non nisi potentiâ patet, velut aliquot Tractatibus, de vera ac absoluta, quam profiteor, mensura Circuli, hisce annis in publ. datis, liquido satis demonstravi. Quibus prius habitis, facile, Natura in cæteris Duce, rationem veram Diametri ad Peripheriam Circuli, exquisitè, sive per lunulas, sive convenientes in numeris proportiones obtinui, ἔντεχνον quidem in numero $\sqrt{} 9\frac{1011}{1149}$. *Quæ ratio licet media quasi est inter Archimedis inventa, tamen quia anteà Paulus Guldin Iesuita & nunctu, unà cum amicis aliis, ut intelligo, huic mensuræ numeros Ludolphæos præfertis, licet ex alogis mutilisque constantes, proinde problema, quod pro Guldini istius refutatione paravi, tibi quoque cum hisce transmitto, ut etiam inde cognoscas, utri nostrum παλινῳδία deinceps edenda incumbat. Interea vale, & illud M. Cicer. lib. 1. de Fat. mecum deinceps in pretio habe:* Est una omnis sapientia; non arbitrari se scire, quod nesciat. *Hauniæ, VII Kal. Octobr. 1644.*

Problema illud, cujus mentionem facit in fine ſuæ Epiſtolæ, eſt libellus *trium* quaternionum, quem unà cum hâc ἀνασκευῇ accepi, Octobris XXIII Sty. vetere. Scriptum tamen tam frivolum & monſtroſum, quum prorſus nihil ad controverſiam noſtram ſpectet, hîc adjungere nolui; ne hujus libri molem & pretium, chartis nullius pretii appoſitis, augerem. Perlectis autem *quatuor* iſtis philyris, confeſtim reſpondendum non cenſebam, ſed potiùs dandum eſſe plus ſpatii moroſo Seni, quo poſſet meam chartulam relegere, atque, ſi fieri poſſet, etiam intelligere. Interim verò, quum audiviſſem
p. 45. l. 4. aliquot iſtius ἀνασκευῆς exemplaria in hâc urbe eſſe venalia, ipſe nonnulla emebam, omnibuſque qui me viſebant vel dedi, vel ubi proſtarent, indicavi. Dici non poteſt, quàm omnibus diſpliceret illud Longomontani reſponſum; quàm nullum inveniret qui tam inſanum ſcribendi genus probaret. Tandem, quum aliam ob cauſam, Decembris XXV St. vet. ſcribendæ eſſent literæ ad amicum Hauniæ commorantem, hæc tantùm verba eâ de re inſerüi.

„ *Non malè de Ch. S. Longomontano mereberis, Vir Doctiſsime, ſi dederis*
„ *operam ut intelligat me ante duos menſes accepiſſe ea quæ contra me & Guldi-*
„ *num ſcripſit: eaque mihi, omnibuſque iſtarum rerum peritis, videri indigna,*
„ *quæ ab homine ſano, nedum Mathematico, proficiſci cenſeantur.*

At ille, literis datis Hafniæ $\frac{18}{28}$ Ianuar. reſcripſit, *ſe nefas duxiſſe, Senem in agone* [*mortis*] *conſtitutum turbare, ideoque nihil illi indicâſſe.* Aſperſit præterea quædam de *magnis illius viri meritis.* Ego verò, quum paulò pòſt aliunde cognoviſſem Longomontanum convaluiſſe, proximâ reſcribendi occaſione arreptâ, quid noſtri de eo judicarent, pleniùs oſtendendum cenſe-
p. 73. l. 8. bam. Ipſam Epiſtolam (quoniam de illâ conqueritur in iis quæ, contra me, poſtea Hauniæ ſunt impreſſa) hîc apponere cogor, quod aliàs non feciſſem, quia habet quædam in illum dicta, verè quidem, at duriùs, quàm *publicè*, ſaltem tum
Cicero ad Trebon. temporis, ſcripſiſſem. *Aliter enim ſcribimus, quod eos ſolos quibus mittimus: aliter, quod multos lecturos putamus.* Epiſtola autem illa mea (integram enim exhibebo) erat hujuſmodi.

S P. Hîc

HIc habes, Vir Doctiſſime, Fratris reſponſum ad tuas, quas accepi Febr. XI. ſt. vet. Atque inde colliges quàm paratus ſim, in hujuſmodi officiis utrique veſtrûm inſervire. Mihi viciſſim pergratum feceris, ſi reſcripſeris, vivatne adhuc celebris ille ſenex noſter Longomontanus, atque ecquid contra me ediderit poſt infelicem illam ἀνασκευὴν; quam, quia ab irato & mentis non ſatis compote ſcriptam vidi, reſponſione indignam cenſui. Et quia mea ſuis inſeruit, metuere non potui ne fortè aliquis Mathematicus, me relicto, ad Longomontani partes tranſiret, vel talem eſſe meam demonſtrationem crederet, qualem iratus & moroſus depingit adverſarius. Namque, utrâque parte auditâ, facilè videbunt peritiores, Meam illam demonſtrationem firmam eſſe & à Longomontano ἀσάλευτον manſuram; Illius autem ἀνασκευὴν neque cælum, quod ajunt, neque terram attingere. Ideoque, quamvis illa tibi etiam placere videatur, audebo tamen dicere, Vos ne unum poſſe Mathematicum in toto orbe terrarum invenire, qui vel Longomontani Cyclometrica probet, vel illam meam demonſtrationem legitimam & Mathematicam eſſe non agnoſcat. Neque enim illos Mathematicos cenſemus, qui per triginta annos, innumeris paralogiſmorum tricis impliciti, craſſas Sophiſmatum præſtigias deprehendere non poſſunt; aut qui manifeſtam atque ἀνέλεγκτον ἀπόδειξιν, convitiis eludi poſſe putant; aut qui de cepis rogati, de alliis reſpondent. Quod facit θαυμάσιος ille veſter, tuque illius veſtigia premis. *Mihi*, inquis, *videris, ſi inſtantiam tibi propoſitam ſolveris, de ponte eum dejeciſſe, quamdiu iſta ſtat firma & fundamentum iſtud Canonis infirmum, ut revera eſt, perſtabit ſententia Longomontani, ſicut iſti Ludolpho von Koln, cujus methodus vix commendanda eſt, ſatis patet.* Hæc tu quidem: at aliarum regionum Mathematici mirantur quid Haunienſibus acciderit, Canones & Ludolphos ſomniantibus, quum in meis nuſquam occurrat Ludolphi nomen vel numeri; nec ullius Canones ibi à me probatos vel laudatos inveniant. Nec mirum. Neque enim demonſtrandum ſuſcepi, alius cujuſpiam numeros eſſe *exactè veros*, ſed tantum Longomontani numeros eſſe *falſos*, quippe juſto majores. Quod ut demonſtrare poſſem, nova mihi ineunda erat via. Argumentum igitur illud excogitavi, cujus ingenium tale eſſet, ut Longomontano refutando idoneum

neum eſſe poſſet, etiamſi concederem illa omnia, quæ ille poſtulat [Ludolphi numeros eſſe falſos; iteratam radicum extractionem eſſe lubricam & erroribus obnoxiam; omnes, in omnium Trigonometrarum Canonibus, Tangentes eſſe minimè accuratos] hæc, inquam, omnia quamvis ego concederem, firma tamen manet demonſtrationis meæ vis, quippe quæ, ſuis fundamentis nixa, alienis concuſſis non moveatur. Quod valdè miror neminem veſtrûm animadvertiſſe, maximè quum tam apertè illud monuerim, atque in illâ meâ chartulâ hæc verba habeatis.

„ Demonſtravi igitur (idque ſine tangentium Canone aut
„ radicum extractione) [adde ſi vis, aut Ludolphi autoritate]
„ tangentem 0 gr. $42' \frac{3}{15}$ eſſe minorem quàm 0 0122725.

Quod ſanè qui præſtare poteſt, ille tam facilè Longomontanum vincet, quàm vulpes comeſt pyrum. Hîc igitur Rhodus, hîc ſalte tille ſenex & demonſtret me nondum demonſtrâſſe (ſine tangentium Canone aut radicum extractione aut Ludolphi autoritate) Semilatus polygoni ordinati circulo circumſcripti, 256 laterum, eſſe minus quàm 1227, 25 qualium Radius eſt 100000, 00. Hoc ubi demonſtraverit ille vel quicunque alius, polliceor me palinodiam editurum. Credo etiam idem facturos eſſe eximios illos Mathematicos, qui meam *ſolidiſsimam* eſſe refutationem pronunciarunt. Fatebimur ſolum Longomontanum fuiſſe Geometram; atque reliquos omnes hujus ſeculi Mathematum profeſſores & cultores, umbras eſſe; & denique unicâ literulâ inſertâ (tantilla enim eſt controverſia inter me & Longomontanum) dicemus cum illo, *ſtolidiſsimam* fuiſſe refutationem, quam contra Longomontani conatûs Cyclometricos edidit *ſtupidus*, *ſtolidus*, *cani ſimilis*, *temerarius*, *petulans juvenis Pellius*. Addemus & reliquos floſculos, quibus referta eſt bella illa ἀνασκευὴ & Epigramma illud Doctum, Iupiter! & laborioſum.

Hæc tamen non faciemus, priuſquam errores noſtros demon-

monſtraverit vel ipſe Longomontanus vel aliquis ejus ὑπερα-σπιστής. Nam iſta, quam adhuc habemus, ἀνασκευὴ talis eſt ut parum veſtræ Academiæ aut ipſius Profeſſoris honori conſuluiſſe videatur, qui huc ad L. Elzevirium noſtrum multa miſit ejus exemplaria. Hîc enim multi de eâ judicant ſeveriùs, quàm homines belli ſolent. Cenſent præclarum illud, à neſcio quot amicis Longomontani, junctis viribus compoſitum, *Epigramma* [*In Pellium & Guldinũ*] Muſis invitis & Apolline nullo fuiſſe natum, ideoque à noſtris non vocatur Epigramma, ſed Demonſtratio Ἀναντίρρητος etiam Hauniæ Maledicos ſciolos inveniri poſſe. Quin, quod dolendum, ipſius ἀνασκευῆς titulum ipſi operi non reſpondere arbitrantur. nam ubi habetur *I. Pellii contra Ch. S. Longomontanum refutatio*, quum nihil eorum quæ Pellius dixerat, ibi refutetur, ſcribendum ajunt,

Refutatio eorum, qui moroſitatem intolerabilem, perverſitatem incomparabilem, oſcitantiam & imprudentiam inexcuſabilem, imperitiam incredibilem, pertinaciam inſanabilem, inter Longomontani virtutes non numerant.

Viderint igitur illi noſtri Senis amici, quid facturi ſint: nam quamvis ego iſta omnia diſſimulem, idem tamen de omnibus amicis meis vix audeo polliceri, quippe qui ſe etiam in infauſtâ iſtâ ἀνασκευῇ à Longomontano læſos putent.

Tu autem, Vir Doctiſſime, ſi me audis, ab hâc controverſiâ, in quâ tam turpiter ſe dedit Longomontanus, abſtinebis. Quòd ſi quem noveris, qui ſaniorem pro Sene noſtro defenſionem ediderit, idque mihi quàm primùm indicaveris, ſummo me à te beneficio affectum arbitrabor. Vale.

Amſtelodami.

Febr. XIX. St. vet. 1645.

HVic epiſtolæ quale reſponſum, poſt quinque menſes in-
terpoſitos, acceperim, ſuo loco dicetur. Interim, quum
p. 61. l. 22. nemo ex Dania reſcriberet; aut intercidiſſe meas propter bel-
lum Sueco-Danicum, aut nihil novi Hauniæ contra me edi-
tum fuiſſe putabam. Ideoq; omnem de illis expectationem ab-
jiciens, incepi de *aliorum judiciis* colligendis cogitare. Quæ e-
p. 43. l. 31. p. 44. l. 21. nim tunc habui, quando hanc epiſtolam ſcripſi, aut mihi dicta
p. 45. l. 5. erant, non ſcripta; aut aliter ſcripta quam volebam, linguis
ſcilicet vernaculis vel ſtylo Encomiaſtico & Poetico potiùs
quàm Mathematico; vel non ab ipſis autoribus compoſita ſed
per alios indicata; atque, ut ſemel dicam, non eo conſilio ſcri-
pta, ut publici juris fierent, ideoque hîc non apponentur. Ami-
cis igitur denuò indicavi, *ſi haberem Mathematicorum manibus ſub-
ſcriptas approbationes meæ chartulæ, vel etiam rationes, cur illam non
probarent; me velle eas Typographo tradere unà cum Longomontani
ἀνασκευῇ. Plura autem contra illum ſcribere, mihi tunc temporis mini-
mè neceſſarium videri.* Eorũ operâ, quorundam ſententias acce-
pi, pauciores quidem & tardiùs quàm vellem. Quas hîc enume-
rabo, ſervato ordine quo ad manûs meas pervenerũt, ideoque
Primus erit D. Robervallius, Mathemat. Pariſienſis. Sequentur

2. D. Thomas Hobbes, Philoſophus Anglus, Pariſ. habitans.
3. D. Petrus Carcavius, in ſupremo Galliæ Conſiſt. Senator.
4. D. Carolus Cavendyſſius, Anglus, Eques &c. Illuſtriſſimi Marchionis Novo-caſtelliæ frater unicus.
5. D. Pallieur, Nobilis Pariſinus.
6. P. Marinus Merſennus, Minimus Pariſienſis.
7. D. Ioannes Adolphus Taſſius, Mathematicus Hamburg.
8. D. Ioh. Ludovicus Wolzogen, Auſtriacus. Liber Baro in Newhaus &c. S. R. M. Poloniæ & Sueciæ Aulicus Cubicularis.
9. D. Renatus Des Cartes, Gallus, Toparcha Perronii.
10. P. Bonaventura Cavalierius, Mediolanenſis, Mathematicarum Profeſſor publicus Bononiæ, &c.

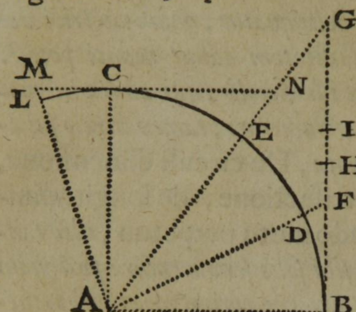
Cla-

Clarissimus I. Pellius, in refutanda Celeberrimi Ch. S. Longomontani propositione, De circuli mensura; utitur methodo legitimâ, clarâ, planéque subtili, atque expeditâ. Posito ergo quòd Longomont. asserat circumferentiam circuli fore 3, 14185, 96 *&c. partium æqualium; qualium tota Diameter continet* 100000, 00. *adeò solidè refellitur ejus assertio, ut ei nihil aliud relinquatur, quàm victrici veritati se suáque tradere: Si tamen ad sanitatem adhuc reduci potest. Animadverti enim plerosque ex superbis illis Sciolis, qui cùm vix meruerint inter infimæ classis geometras annumerari, tamen nimio sui amore, persuasi sunt nobilia illa problemata,* De circuli dimensione, De cubi duplicatione, de anguli trisectione, de longitudinibus inveniendis, deque excogitando motu perpetuo; *ideò tantùm insoluta hucusque permansisse, ut sibi solis servarentur: postquàm doctorum virorum demonstrationibus errores eorum manifestò patuerint; nihilo tamen minùs, præ nimiâ arrogantiâ, veritati pertinaciter obsistere, ipsamque stultè odisse. Oderunt quippe Bubones Solem, dum puro ac nitido lumine, nimis hebetes eorum oculos occæcat, simulque eorundem turpitudinem iis animantibus prodit, quæ perspicaci visu prædita sunt. Si ergo ex illis est Longomontanus, non Longomontano laborat Pellius; at illis tamen laborat, qui Longomontani, non quidem doctrinam, sed authoritatem incautè secuti, in eandem cum ipso foveam possent incidere.*

Cæterùm, Theorema quo tanquam fundamento, nititur tota Pellii demonstratio, quia satis elegans visum est, & ad alias refutationes utile, lubet hic nostro modo demonstrare; quandoquidem illud ad nos sine demonstratione, nescio quâ de causâ transmissum est.

Theorema.

In omni circulo, sumpto quovis arcu minore quàm 45 g, ejusque duplo: erit ut tangens arcus dupli ad tangentem arcus simpli, ita duplum quadrati radii ad differentiam inter quadratum radii & quadratum tangentis arcus simpli.



In apposita fig. a est centrum, B C quadrans, B D arcus simplus, B E duplus, B f tangens arcûs simpli, B G tangens arcus dupli, B h dimidia ipsius B G, B I æqualis ipsi G f, quare f h, h I sunt æquales; item a f est secans, sicuti & a G. Itaque propter bisectionem anguli B a G

G B quad. + a B. quad. *I B quad.*

Vt G a quadratum, ad a B quad. ita G f quad. ad f B quad.

ergo dividendo.

4 rectang. B h f

I B. quad. — B f qu. est 4 rectangul. B h f, per 8. p. e. 2. Euclid.

Vt G B quaa. ad a B quad. ita I B. quad. — f B quad. ad f B quad.

& vicissim

Vt G B quad. ad 4 rectang. B h f, ita a B quad. ad B f quad.

sumptisque duorum priorum subquadruplis

Vt B h quad. ad rectang. B h f,

hoc est, propter communem altitudinem B h

Vt recta B h ad rectang. h f, ita a B quad. ad B f quad.

Et per conversionem rationis

Vt h B ad B f, ita a B quad. ad a B quad. — B f quad.

Ac tandem sumptis anteced. duplis,

Erit tangens G B ad tangentem B f, ut 2 a B quad. ad a B qu. — B f quad. Vt est propositum.

Aliter

Aliter idem.

Producto quadrante BC versus C in L, fiat CL æqualis arcui simplo BD; & tangens ipsius CL sit CM æqualis Bf; sit quoque Cn tangens arcus CE, & an secans ejusdem, tum am secans arcus CL.

Triangulum igitur anm est Isosceles habens latera an, mn æqualia, quare resoluto quadrato mn, eoque collato cum ambobus ac, cn, & demptis communibus, erit ac quad. — Cm quad'. hoc est, aB quad. — Bf quad'. æquale 2 rectang. mcn. Sumptis ergo æqualibus aliis, nempe duplo quadrato aB & duplo rectangulo ex BG in Cn, erit 2 aB quad. ad aB. quad. — Bf quad'. ut 2 rectang. BG in Cn ad 2 rectang. mcn, hoc est ad 2 rectang. Bf in Cn: & communi altitudine Cn, erit 2 aB quad. ad aB quad. — Bf quad'. ut recta GB ad rectam Bf.

Hæc ego Ægidius Personerius de Roberval Parisiis in Collegio regio Franciæ Mathemat. Professor.

15 *Calend. Maji. Anno* 1645.

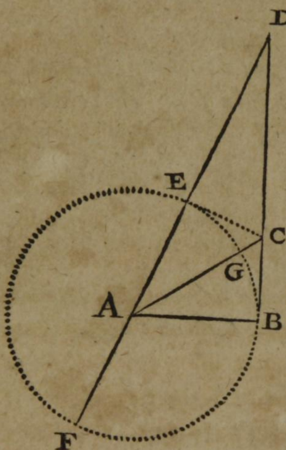
Acceptâ hac approbatione, rescripsi, pergratum mihi facturos reliquos quibus ista mea refutatiuncula placeret, si *& illi* demonstrarent meum Theorema, nec satis putarent nomina sua subscribere sententiæ D. Robervallii: ne quis malignus diceret, *Facilè inveniri homines, gratiæ tantùm causâ suffragantes, vel imperitos, temere de rebus sibi parum perspectis pronunciantes.* At Longomontanum non posse illos, tanquam imperitos nostræ controversiæ judices, respuere, quos tanto seipso peritiores videret, ut demonstrare queant illud Theorema, quod ipse dixerat esse INDEMONSTRABILE. Multos enim capere posse vim meæ *p.* 39. *l.* 18.
refutationis, qui datum quodlibet Theorema nequeunt demonstrare: At contrà, nemini dubium fore, quin ii, qui Theorematis novi apodixin excogitassent, meam etiam chartulam rectè intelligere potuerint. *Visus sum nonnullis æquum dicere, qui proinde miserunt suas demonstrationes, quas hîc subjungam.*

(11) THEOREMA.

Tangens Arcûs quadrante minoris, est ad Tangentem arcûs dimidii, ut duo Quadrata Radii, ad Quadratum Radii minus quadrato Tangentis Arcûs dimidii.

Sit circulus EBF, cujus centrum A, Radius AB, Arcus quadrante minor BE, cujus semissis sit arcus BG. Tangens Arcûs totius BE, recta BD. Tangens arcûs BG, recta BC.

Dico esse ut BD ad BC:: ita 2ABq ad ABq - BCq.



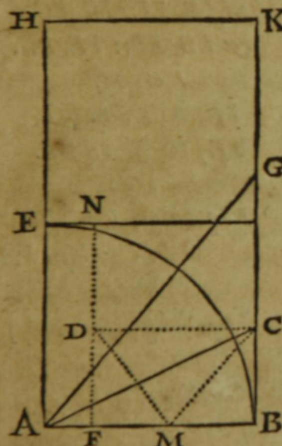
Connectantur puncta, E, C. Quoniam igitur rectæ AB, AC, trianguli ABC, sunt rectis AE, AC trianguli ABC utraque utrique æqualis, & angulus BAC, angulo EAC, erit (per Eucl. 1.4,) Basis EC æqualis basi BC. & angulus AEC, æqualis angulo ABC, id est rectus. Quare triangula DEC, DBA habentia angulos ad E & B æquales, nempe rectos, & angulum ad D communem, erunt similia. Erunt igitur DB. AB:: DE. EC proportionales. hoc est, cùm EC, BC sint æquales, DB. AB:: DE. BC erunt proportionales, & permutando proportionales erunt DB. DE:: AB. BC. itaque etiam eorum Quadrata DBq. DEq:: ABq. BCq. sunt proportionalia. Producatur jam DA ad F. eritque rectangulum sub FD, DE, hoc est, sub AB bis plus DE, & DE, æquale DBq. Quare DB est media proportionalis inter 2AB+DE & DE. Itaque DB quadratum est ad DE quadratum ut 2AB+ DE ad DE. Sed ostensum est esse ut DBq. ad DEq: ita ABq ad BCq. Sunt ergo ABq. BCq:: 2AB+ DE. DE, proportionalia. quare, dividendo, proportionalia erunt ABq. ABq—BCq:: 2AB+ DE. 2AB, Et sumptâ altitudine DE, erunt ABq. ABq-BCq:: 2AB+ DE in DE. 2AB in DE, proportionalia. Sed 2AB+ DE in DE æquale est DBq. item 2AB in DE æquale est 2DB in BC (sunt enim DB DE:: AB. BC (ut supra ostensum est) proportionales, & proinde rectangulum sub DB, BC æquale est rectangulo sub AB, DE: & 2AB in DE, duplum hujus, æquale 2DB, in BC,

in BC, duplo illius) Sunt igitur ABq. ABq — BCq:: DBq. 2DB in BC sive 2DC in BD, proportionalia. Et auferendo communem altitudinem DB, erunt ABq. ABq-BCq:: DB. 2BC. proportionalia. Quoniam autem est ut 2BC, ad BC, ita 2ABq ad ABq. Erunt [ex æquo per rationem perturbatam, ut in Schemate subscripto,] 2ABq. ABq-BCq:: DB. BC. proportionalia. Quod erat demonstrandum.

{ *2ABq*
{ *ABq* . . . . *DB*
ABq-BCq . . . . *2BC* }
BC }

THO. HOBBES.

DEMONSTRANDVM. *Vt 2 AB^2, ad AB^2 - BC^2, Sic BG ad BC. Fiat rectangulum AK, duplum quadrati AB; & BAF ꝏ BC^2. Tum à punctis F & C, ducantur FN, CD. parallelæ rectis AH, AB:*



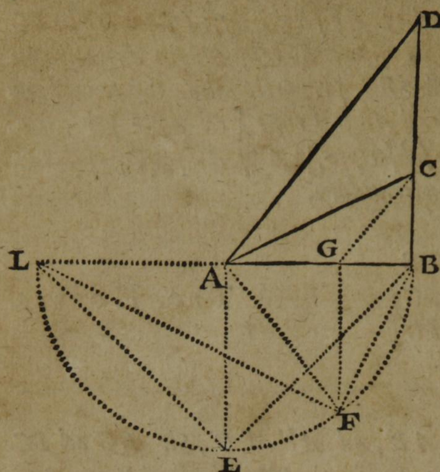
Dividaturque FB bifariàm in M.
Et à puncto M, ducantur rectæ MC, MD.
Igitur BAF + FM^2 ꝏ AM^2
hoc est, BC^2 + FM^2 ꝏ AM^2
sive DF^2 + FM^2 ꝏ DM^2
Ideoque, Erit DM ꝏ AM
Sed, ob triangula DFM, MBC, æqualia,
Recta DM ꝏ MC
Igitur, MC & AM erunt æquales
ac proinde, Anguli CAM, MCA æquales,
Et MC parallela AG

Ergo,	*ut*	*ad*	*Sic*	*ad*
	AB,	*BM,*	*GB,*	*BC*
& sumptis duplis antecedentium,	*HA,*	*BF,*	*GB*	*BC*
& communi altitudine AB, Erit	*HAB,*	*ABF,*	*GB,*	*BC*

Quod est propositum.

DE CARCAVY.

(IV)



Angulus ABD, rectus.
Angulus BAC ∞ CAD.

DEMONSTRANDUM.

ut ABq-BCq ad 2 ABq
Sic BC ad BD.

Duc rectam CG parallelã ipsi AD.
Sint AE, GF, normales, terminatæ in circumferentia circuli, cujus centrum A, radius AB.
Ducantur rectæ AF; BF, BE:
(LF, LE.)

Ang. GCA ∞ DAC ∞ CAG.
Ergo CG ∞ GA.

BD. BC:: BEq. BFq. Nam BD. BC:: BA. BG
& BA. BG:: BEq. BFq [Nam LB. BF:: FB. BG.
& LB. BE:: BE. BA.
ergo
BFq ∞ LB in BG.
BEq ∞ LB in BA.
ergo
BFq. BEq:: LB in BG | LB in BA.
ergo
BFq. BEq:: BG. BA]

BEq ∞ 2 BAq
BFq ∞ ABq-BCq. [Nam AFq (sive ABq) -FGq ∞ AGq
CGq (sive AGq) -GBq ∞ BCq } *has adde*
fiet ABq-FGq + AGq-GBq ∞ AGq + BCq
Ergo transpositione factâ
ABq-BCq ∞ FGq + GBq ∞ BFq]
Ergo BD. BC:: 2 BAq. ABq-BCq
Ergo ABq-BCq. 2 ABq:: BC. BD. Quod erat demonstrandum.

II. Eodem *Diagrammate*, demonstrabimus *etiam Conversum*,

NEMPE.

NEMPE. *Si productâ catheto BC ad D,*

(1) *fuerit ut ABq-BCq ad 2ABq, ita BC ad BD:*

ductisque hypotenusis DA, CA,

(2) *fiant acuti DAC, CAB, ex quibus componitur totus DAB.*

Isti acuti DAC, CAB sunt æquales: Ideoque DAB æquatur 2DAC vel 2CAB. &c.

---

(3) *Quæratur enim quadratum æquale differentiæ quadratorum ABq, BCq. Ejus latus sit BF.*

(4) *Inventa BF, inscribatur semicirculo BFL, cujus centrũ A, Radius AB.*

(5) *A puncto F demittatur perpendicularis FG in Radium AB.*

(6) *Radius AE sit diametro normalis.*

(7) *Ductis rectis AF, EB, GC, fient triangula rectang. AGF, EAB, GBC.*

(8) *Ductâ LF, fiet triangulum LFB, simile triangulo rectangulo FGB.*

(9) *Ductâ LE, fiet triangulum LEB, simile triangulo rectangulo EAB.*

Eritque Diagramma, præcedenti simile.

---

(1) *ABq-BCq. 2ABq:: BC. BD* }
(3) *BFq ∞ ABq-BCq* (5.7) *BEq ∞ 2ABq* } *BFq. BEq:: BC. BD* } *Ergo*

(8) *LB. BF:: FB. BG. ergo BFq ∞ LB:: in BG* }
(9) *LB. BE:: EB. BA. ergo BEq ∞ LB in BA* } *BFq. BEq:: BG. BA* } *BC. BD:: BG. BA*

ergo AD, GC sunt parallelæ; ergo angul. GCA ∞ CAD

(3) *BFq ∞ ABq-BCq*
(5) *BFq ∞ BGq + GFq* } *ABq-BCq ∞ BGq + GFq*
(4) *AB ∞ AF. ergo ABq ∞ AFq* } *AFq-BCq ∞ BGq + GFq*

ERGO
AFq-GFq ∞ BGq + BCq

(7) *AFq-GFq ∞ AGq* (7) *BGq + BCq ∞ CGq*

ERGO AGq ∞ CGq. ergo AG ∞ CG. ergo angul. GCA ∞ GAC

Angulus GCA ∞ CAD
Angulus GCA ∞ GAC } *Ergo Anguli CAD, CAG (sive CAB) sunt æquales.*

(2) *At Angulus DAB æquatur DAC + CAB*

ERGO, Angulus DAB ∞ 2DAC ∞ 2CAB.

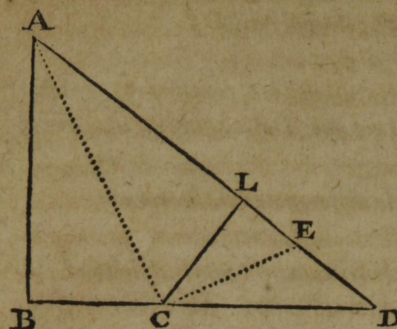
IDEOQVE, Si compleatur circulus LEB

Recta BC erit Tangens arcûs simpli

Recta BD erit Tangens arcûs dupli. Quod erat demonstrandum.

CHARLES CAVENDYSSHE.

(v) THEOREMA.



Triang. Rectanguli A B D, angulus B A D si dividatur bifariam, à rectâ AC. Erunt 2 ABq. ABq-BCq:: B D, B C. proportionalia.

CONSTRVCTIO.

Fiat CL ad AD perpendicularis, & ACE angulus rectus

DEMONSTRATIO.

Triang. A B D, C L D sunt similia. Ergo
Anguli B A D, L C D sunt æquales. Sed
Anguli L C E. C A E sunt æquales. Ergo
Anguli E C D, B A C (id est C A D) sunt æquales. Ergo
Anguli L C E, E C D sunt æquales. Sunt igitur
Triangula A D C, D C E similia. Quare rectæ
A D. D C:: D C. D E sunt proportionales, &
A D q. D C q:: A D. D E proportionalia. Itaque etiam
A B q. B *C q:: A D. D E sunt proportionalia. Et dividendo*
A B q-B C q. B C q:: A E. D E sunt proportionalia. Et Convertendo
B C q. A B q-B C q:: D E. AE sunt proportionalia.
RVRSVS, *Quoniam rectæ*
A L. L C:: L C. L E proportionales sunt. Erunt
A L q. L C q:: A L. L E proportionalia, Ergo etiam
A B q. B C q:: A L. L E proportionalia sunt. Et componendo
A B q+B C q. B C q :: A E. L E sunt proportionalia. Sed
B C q. A B q- B C q:: D E. A E sunt proportionalia. Ergo ex æquo
A B q+B C q. A B *q-B C q:: D E. L E*
sive D C. C L } *sunt proportionalia. Et*
sive D C. C B } *componendo*
2 A B q. A B q— B C q:: D B. *B C sunt proportionalia. Quod erat demonstrandum.*

PALLIEVR.

Plerique autem, ſolius D. Robervalli demonſtrationes ſufficere dictitantes, ſuas mittere noluerunt. Vnum pro omnibus audiamus.

VI. Ex P. M. Merſenni literis ad me

Porro quadraturæ Longomontanicæ falſitatem verbis tam brevibus aperuiſti, ut ſperem etiam à tuo calamo &c. Et paulò poſt. *Cùm autem noſter Robervallus tibi demonſtrationem miſerit ejus propoſitionis, quâ in refellendo Chriſtiano uteris, nil eſt quod amplius ſperare vel poſtulare debeas, vel etiam ipſe Longomontanus requirere debeat ad canendam palinodiam &c.* „

Quoniam igitur nihil amplius *ex Gallia* ſperare jubemur, ut numerum denarium habeamus, quatuor alios, ex totidem diverſis regionibus, peritos noſtræ controverſiæ judices arceſſere liceat.

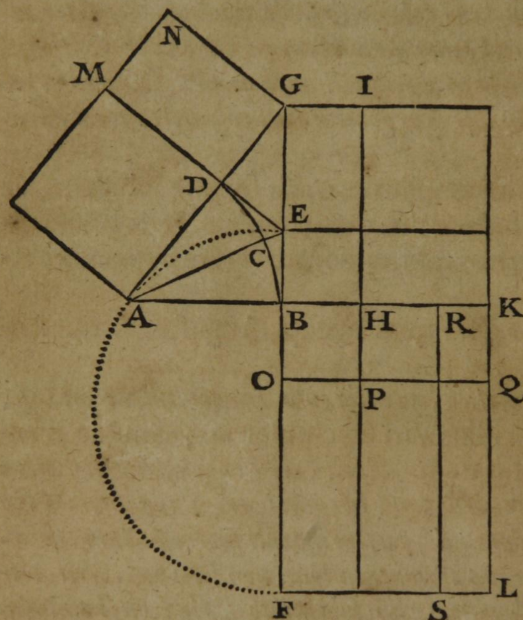
VII. Ex literis *D. Taſſii*, quas accepi Auguſto, 7. 17. Anno 1645.

De lite autem Mathematicâ, quæ tibi cum Longomontano orta eſt, ita ſentio: Falſam eſſe illius Viri Cyclometriam eamque *& rectè & ingenioſè* à te refutatam. *Quòd verò Longomontanus cauſam ſuam tueri non ſine convitiis voluit (Id enim narrant tuæ literæ; ego enim illius ἀνασκευὴν non vidi) partim ingenii morbo factum eſſe arbitror; partim quod vim tuæ argumentationis non ſatis perceperit. Noſti enim ea, in quibus brevitas cum ſubtilitate paria facit, hominum non ſatis acutorum mentes prætervolare. E re igitur facies meâ quidem ſententiâ, ſi appoſitis demonſtrationibus, quas vulgares etiam Geometræ capiant, jugulum illius Cyclometriæ ita petas, ut propugnatores ictum manifeſtò ſentiant.* D. IVNGIVS *& ego ultimam illam editionem, cui tua refutatio imprimis opponitur, nunquam vidimus; ſed eam ſolùm habemus, quæ* hîc Hamburgi *ante complures annos prodiit, interpolata tamen aliquoties (ut audio) ab autore eſt. Illam cum abire à numeris Ludolfinis ac Snellianis deprehendiſſem, abjeciſtatim, nec faciendum eſſe putavi, ut ſtudium atque operam porrò in eâ ponerem. Iungio autem noſtro cauſa propria fuit, quamobrem ille paulo preſſiùs Cyclometriam iſtam excuſſerit &c.*

(VIII)

(VIII) PROPOSITIO.

T*Angens cujuslibet arcûs minoris quàm 45 gr. ducatur in duplum Quadratum Radii. A quadrato Radii auferatur Tangentis quadratum. Illud productum dividatur per hoc residuum. Quotus erit Tangens arcûs dupli.*



DENONSTRATIO. *Sit datus arcus minor semisse quadrantis* BC, *ejusque duplus* B*D: illius Tangens sit* B*E, hujus* B*G, Radius verò esto* B *A.*

Pro Radio ponatur T: pro tangente dati arcûs ponatur Y, pro tangente dupli arcûs Z. Demonstrandum est.

$$\frac{2TTY}{TT-YY} \text{ æquari } Z,$$

Seu : $2TTY$ *æquari* $ZTT-ZYY$. *Quâ æqualitate ad proportionem reductâ,*

Demonstrandum est, esse:

ut   *ad* : *ita* *ad*
$TT-YY : 2TT :: Y : Z$

Fiat ut BE ad B A, ita B A ad BF, & erit rectangulum sub EB, BF æquale quadrato A B: deinde sumptis BH, HR, B O æqualibus ipsi B E, & HK ipsi EG, absolvantur rectangula & quadrata, ut in schemate apparet. Quoniam igitur arcus B D, ponitur duplus arcûs BC, ac proinde angulus B*AD, duplus anguli* B*AC; erunt anguli BAC, CAD, æquales: quare, cum trianguli* B*AG, angulus A, ad verticem sit bisectus, erunt segmenta basis cruribus proportionalia, nimirum, ut* BE, *ad E G,*

ad EG *ita* BA *ad* AG, *& permutando, ut* BE *ad* BA, *ita* EG *ad* AG; *Sed ut* EB *ad* BA, *ita per constructionem est* BA *ad* BF: *ergo ex æquo, ut* EG *ad* AG, *ita* BA *ad* BF:: *rectangulum igitur sub* AG *&* BA, *æquatur rectangulo sub* EG *&* BF, *hoc est, rectangulo* HL. *Sed idem rectangulum sub* AG, BA *æquatur* [*quadratis radii & tangentis dati arcûs, nimirum quadrato* BA, BE, *unà cum rectangulo sub* BE, EG, *hoc est*] *rectangulo* FI. *Quod sic demonstratur:*

Ducatur recta ED, *sumptâque* DM *æquali ipsi* AB, *fiant rectangula* AM, DN, *ut in Schemate. Quia igitur anguli* BAE, EAD, *æquantur, itemque duo Radii* AB, AD, *&* AE *est communis utriusq; basis; erunt triangula* ABE, AED *congrua; latus igitur* DE, *æquabitur lateri* BE *& angulus* ADE, *æqualis angulo* ABE (*recto propter contactum*) *rectus quoque erit. Porrò, quoniam in triangulis,* AGB, DGE, *anguli* D *&* B *recti sunt, & angulus* G, *communis; erunt triangula illa similia; ideoque erit, ut* AB *ad* BG, *ita* ED *ad* DG, *& permutando, ut* AB *ad* ED, *hoc est ad* EB, *ita* BG *ad* DG: *rectangulum igitur sub* AD *&* DG, *nempe rectangulum* GM, *æquatur rectangulo sub* BE, BG, *hoc est rectangulo* BI: *quibus si addantur æqualia* AM, FH, *quadrata radii, erit rectangulum* AN, *sub* AB, AG *comprehensum, æquale rectangulo* FI.

Sed ante demonstratum est, idem rectangulum sub AG, BA, *æquari rectangulo* HL; *rectangulum igitur* FI *æquatur eidem rectangulo* HL: *è quibus si auferantur æqualia* FH, HS. *relinquetur* BI, *hoc est* EK *vel* OK *æquale ipsi* SK: *& ablato communi* RQ, *relinquentur* OR, SQ *rectangula æqualia: illis si addatur commune* OS, *fiet rectangulum* FQ *æquale rectangulo* FR, *hoc est duplici quadrato Radii* AB. *Et quia rectangula* FP, FQ *sunt æquealta, erit ut* FP, *ad* FQ, *ita* BH *ad* BK. *hoc est, ut quadratum Radii* AB, *minus quadrato* BE, *ad duplex quadratum Radii* AB, *ita* BE *ad* BG: *hoc est,*

ut TT-YY: *ad* 2TT:: *ita* Y: *ad* Z. *Quod erat demonstrandum.*

IOH. LUDOVICUS WOLZOGEN BARO.

Ejusdem Illustris Viri Epistola unà missa, ut simul cum istâ demonstratione ederetur.

Vir Clarissime, Amice honorande,

P*Erlegi attentiùs pagellam tuam, in qua novâ, nec ab aliis Mathematicis, quod sciam, usitatâ methodo Cyclometricum illud commentum Christiani Severini Longomontani, tot annorum lucubrationibus enixum, totque voluminibus Mathematicis oculis obtrusum, unico illo Theoremate ingeniosissimo, non aliter ac prægrande ædificium debili putridæque columnæ innixum, unico securis ictu, dejicis: & quemadmodum jussisti, Theorematis illius, quod Longomontanus* indemonstrabile *arbitratur, geometricam demonstrationem tentavi, quam tibi transmitto. In eâ si minùs artificium elegantiaque mathematica apparuerit, ignoscendum erit cùm meæ in hoc studiorum genere tenuitati, tum ab aliis curis distractioni. Deductio ad absurdum, quâ tu, vi Theorematis tui, circuli peripheriam, secundùm Longomontani Cyclometriam, justo majorem ostendis, adeo evidens est, ut malim affirmare, Longomontanum eam non satis perpendisse, quàm perpensam non intellexisse, nec quid tam claræ veritati posthac, cum Theorema tuum certis demõstrationibus firmatum viderit, absque existimationis suæ jacturâ vel in speciem opponere possit, video. Id nunc opto, ut in iis, quæ ad ipsius Responsionem regerere velis, quantociùs te expedias, quò etiam aliis admirandis inventis tuis nobis communicandis vacare, & divinam Mathesin novâ illâ face (quemadmodum idea tua eam depinxit) illustratam & perfectam nobis sistere, tuumque Mathematicum αὐϑέρκη in conspectum producere queas. Vale, Vir Clarissime, & in tuo erga me affectu persiste, qui itidem sum semperque ero,*

Virtutum tuarum Cultor

Ioannes Ludovicus Wolzogen
L. Baro, &c.

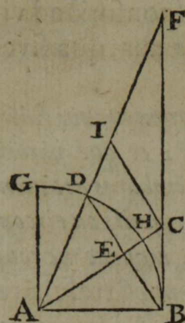
IX. Excerptum ex D. Cartesii epistolâ responsoriâ ad virum magnum, qui *Gallicè* ad eum scribens, inter alia, quæsiverat ejus sententiam de meâ refutatiunculâ.

La refutation *de la quadrature du Cercle de Longomontanus faicte par Monsieur Pell* est tresvraye & pleine d'esprit; *ce que paroist* tant en ce qu'*il a sceu s'exempter entierement de l'embaras des nombres sourds, qui se rencontrent au calcul des Polygones inscrits ou circonscrits au Cercle*, qu'en sa merveilleuse briefvetè *laquelle ne cause point d'obscurité, car toute la suite de son raisonnement est* tresclaire, *à ceux qui sçavent la veritè de la proposition qu'il suppose, à sçavoir que* Si tangens *cujuslibet arcûs minoris quàm* 45 *grad. ducatur in duplum quadratum radii, à quadrato radii auferatur tangentis quadratum, illud productum dividatur per hoc residuum, Quotus* erit tangens arcûs dupli. *Et les fausses quadratures du cercle ne meritent pas une plus longue refutation, &c.*

D'EGMOND.
DES CARTES.

Eadem ab amico *Latinè* reddita, propter *Gallicè* nescientes. Refutatio *editæ à Longomontano circuli quadraturæ facta per D. Pellium,* & verissima est & ingeniosissima. *Apparet id*, tum ex eo quòd *perplexitate numerorum surdorum, qui in polygonorum, circulo inscriptorum aut circumscriptorum, calculo occurrunt, sese omnino eximere sciverit*; tum ex admirandâ ejus brevitate, *quæ obscuritatem nullam involvit: Omnis enim ratiocinationis ab ipso allatæ sequela,* evidentissima *est iis qui veritatem nôrunt suppositæ ab ipso propositionis,* [*videlicet, quòd*, Si Tangens cujuslibet &c.] *Nec dignæ sunt Falsæ circuli quadraturæ, quæ prolixiùs refutentur, &c.*

Egmondâ [in Hollandiâ]
CARTESIUS.



Sit quadrans G A B, *& in eo quicunque arcus,* B H, *minor gr.* 45, *Cujus sit duplus,* B D, *Eorumque Tangentes* B C, BF *& Secantes,* AC, AF. *Dico ut differentia inter Quadrata* AB *radii &* B C, *ad duplum quadrati* A B, *ita esse* B C, *ad* B F.

Iungatur D B, *quam secabit* A C, *ut in* E, *bifariam, & ad angulos rectos, propter æqualitatem arcuum* B H, H D: *Et sit* C I *parallela* BD. *Cùm igitur duplum quadrati* A B *ad Quadratum* AB *sit ut* B D *ad* D E; *& ut Quadratum* A B *ad Quadratum* A C *ita* E A *ad* A C, *per Cor.* 8. *vj Elem. hoc est ita* E D *ad* C I, *ob similitudinem triangulorum* A E D, A C I. *Ex æquali, ut duplum quadrati* A B *ad quadratum* A C, *summam quadratorum* AB, B C, *ita erit* BD, *ad* CI, *hoc est* B F *ad* F C *propter similitudinem triangulorum* F D B, F I C. *unde per conversionem rationis & convertendo, ut differentia Quadratorum* A B, B C, *ad duplum Quadrati* A B, *ita erit* B C *ad* B F. *Etenim summa & differentia duarum magnitudinum inæqualium simul sumpta est dupla majoris magnitudinis.*

COROLLARIVM.

Hinc patet, si tangens cujuslibet arcûs minoris quàm 45 *gr. quæ est* tertia *magnitudo in Regulâ trium, ducatur in duplum Quadrati Radii, quæ est* secunda *magnitudo, & à Quadrato Radii auferatur tangentis Quadratum, illudque productum dividatur per hoc residuum, quod est* prima *magnitudo; Quorum fore Tangentem arcûs dupli, quæ est* quarta *magnitudo, ut inquit Auctor &c.*

F. BONAVENTVRA CAVALIERI.

DVM

DVM hæc aguntur, Nova nugarum & calumniarum procella ex Aquilone in nos ruens, cursum nostrum tenére non permisit. Quum enim propter summam imperitiam hominis *rationum pondera* non sentientis, *suffragiorum numero* deinceps certandum putarem, nec unius adstipulatoris, quantumvis periti, sententiam tam arroganti omnium præ se contemptori objiciendam censerem, ne quis me istius maledictis, quæ ipse ferre non possem, exposuisse alios; me ipsum verò ex prælio subducere velle somniaret: Nec unius alteriusve approbationis accessione contra tam temerarios sciolos satis instructus viderer; Dum plures expecto, quas, ut ab initio decreveram, p. 46 l. 15.
unà cum illà monstrosà *ἀνασκευῇ* typis describendas darem: Infelicem senem, quasi nondum satis piaculorum commisisset, novum facinus perpetrâsse intellexi. Alium scilicet libellum priore majorem, *in ulteriorem Pellii refutationem*, ut ipse loqui- p. 75.
tur, edendum curâsse; nullius tamen autoris nomen præ se ferentem, imò datâ operâ ita scriptum, ut non à Longomōtano sed à nescio quo alio confectum fuisse, Lectores putarent. Excusum tamen Hauniæ, & quidem in Typographéo Academico, ejusque exemplaria ab ipso Longomontano ad quosdam Amstelodamenses missa esse, constabat. Neque nobis hîc defuit amicus ille, cui scripta fuerat ista Epistola, Febr. XIX, quam supra apposui. Nam & mihi istius libelli exemplar p. 43.
misit cum literis ad me datis, *Hafniæ Prid. Kal. Iunii. M. DC. XLV.* In quibus indicavit quomodo Longomontanus nactus esset apographum istius meæ epistolæ, idque huic novo Hauniensi scripto occasionem dedisse. Hæc ubi Iulii 21. 31 accepissem, Ex ipso titulo videre potui, scriptoris(quicunque tandem fuit) summam vecordiam, *de defectu Canonum trigonometricorum* insipidissimam cramben insipidiùs coctam reponentis, quasi illa pertineret ad *controversiam inter Longomontanum & Pellium*, Sex tantùm pagellas meas viderant Haunienses, nec in p. 13. 14. 17. 43. 44. 45.
iis quicquam *de Canonicorum numerorum perfectione* dictum; ne illud

illud quidem, quod manifeſtiſſimè verum eſt, nempe Tangen-
tem 45 grad. eſſe Radio æqualem. Scripſi tantùm illam mi-
norem eſſe quàm 1,00000,01. Vbique etiam in Epiſtolis cave-
p. 17. bam, ne anſam darem Longomontano *de Canonibus* litigandi; in
p. 43. quo argumento illum ſe turpiſſimè daturum ſciebam. Quid,
quod in poſteriore Epiſtolâ, quam hic Anonymus nugator ſe
p. 73. l. 8. legiſſe oſtendit, apertè monueram me SINE CANONE enor-
p. 44. l. 15. l. 31. mitatem Cyclometriæ Longomontanæ demonſtrâſſe; no-
ſtramque controverſiam eſſe de unicâ literula T; SOLIDE an
p. 19. l. 16. p. 47. l. 7. STOLIDE Longomontanum refutâſſet Pellius. *Prius*, uno ore
p. 40. l. 33. affirmant omnes Mathematici: *Poſterius* contendit Longo-
montanus, Et quidem, ut plerique putant, *Solus*. Paucis enim,
opinor, perſuadebit, ſe ſuorum aſſenſorum & propugnatorum
p. 43. l. 16. nomina, etiam meâ epiſtolâ provocatum, reticere potuiſſe;
aut illam Ἀνασκευὴν, hujus novi Ἐκτρώματος ſororem germa-
nam non eſſe; vel, ex eodem fonte Caballino non fluxiſſe Ca-
ſtalios illos latices, quibus uterque fætus recens natus aſper-
p. 37. p. 64. gebatur. Eidem, inquam, furori parapoëtico, utriuſque orna-
menta, tam verſiculos, quàm contumelias non deberi, pauci
credent. Certiùs autem inveniemus hujus projectitii *patrem*,
ſi priùs, quid ipſe *infans* balbutiat, auſcultemus.

CON-

CONTROVERSIA
Inter
CHRISTIANVM LONGOMONTANVM & IOANNEM PELLIVM,
De
Vera Circuli menſura,
ubi
Defectus Canonis Trigonometrici, ſub initium ejuſdem, oſtenditur.

OVID:

Non minor eſt Virtus, quàm quærere, parta tueri:
Caſus ineſt illic: heic erit artis opus.

Havniæ 8. Calend. Iunii Anno M. DC. XLV.



Literis Viduæ SALOMONIS SARTORII.

Pro Libellis de menſura Rotundi plani in Belgio excuſis.

Belgium chartâ, modò quam premebat,
Nemo adhuc vidit, neque pòſt videbit
Verius CIRCVM *numeris in ipſum*
ducere RECTVM.

QVum in omni controversia statum hujus legitimè constituere oporteat, & cui Refutatio incumbit, ac volupe est, is ad duo se convertere debeat, quæ Græci vocant ἄρσιν καὶ θέσιν. Proinde eadem hic ante omnia consideranda veniunt, ne opinionibus partim præcocis ingenii præcipitantiâ, partim invidiâ præoccupati, ita festinemus, ut Veritas cæteroquin nimium, ut dicitur, altercando amittatur.

Statum igitur de vera Circuli mensura quod attinet, hanc in absoluta, & omni suo numero perfecta, juxta rationem Diametri Circuli ad suam peripheriam, Longomontanus urget; neque enim aliàs perfecta dici poterit; aut post tot aliorum in hoc argumento labores, luce digna.

Cæterum quia ad hanc perfectionem imprimis requiritur Symmetria Lineæ rectæ ac Circularis: [cujus tamen inquisitio, nemini hactenus, quod sciam, magnopere curæ fuit; præter unum Nicolaum de Cusa, & irrito simul conamine I. Scaligerum] idcirco non nisi κατ᾽ ἐγγύς, ut Eutocius loquitur, rem perfecerunt, Licet eam in Natura exstare, vel quod idem est, lineam rectam peripheriæ Circuli æqualem, uterque Archimedes pariter & Eutocius verissimè statuerunt.

Quocirca Longomontanus eandem symmetriam primariò omni conatu venatus est, ut cap. 3. Quadr. Circuli ipsius demonstratur; & postea per XII Tractatus de Circuli mensura, hæc eadem passim in ἐργασίᾳ sponte è Natura se prodit. Nam in omni triangulo æquilat: si eidem Sector hexagoni inscribatur, erit arcus inscriptus, ad latus aliquod trianguli ejusdem, ut 39 ad 43. velut id anteà demonstratum satis tum alibi, tum cap. 4. lib. 1. de mensura Rotundi plani in pluribus per numeros exemplis patet. Porrò quia idem latus trianguli æquilat, sese demonstrativè habet ad Diametrum ejusdem Circuli, ut, 1 ad $\surd\, 3$, efficitur inde, quòd Diameter ad peripheriam, non nisi potentiâ sit commensurabilis, & versâ vice, datâ Diametro in numero vero.

Ex hisce colligitur, atque multoties per omnes XII Tractatus Cyclometricos hactenus superioribus annis à Christiano Longomontano in lucem publ. promotos, demonstratur, id quod scopus hujus argumenti est, rationem scilicet Diametri Circuli cujusque ad suam Peripheriam esse, quæ est unitas ad $\surd\, 9\frac{1611}{1549}$ exquisitè, vel etiam Peripheriæ ad Diametrum, ut 39 ad $\surd\, 154\frac{1}{12}$. In numeris autem solutis $\frac{3141859604427}{1000000000000}$, &c.

 proximè

proximè. Quæ ratio paulò infra medium inventorū Archimedis se sistit.

Hæc summa Cyclometriæ Longomontani est, adeò etiam præcisè atque accuratè ad Ευμηχανίαν mensurabilis, ut nè pilum latum ab ea discedat. Velut de hac, si quis experimentum facere voluerit, ejus duplicem modum cap. 8. Quadr. Circ. inveniet.

Contra hanc autem Longomontani Cyclometriam anteà Paulus Guldinus Iesuita, & nunc Ioannes Pellius Anglus, calamum, in modum bacchantium, strinxerunt; Ille saltem authoritate Ludolphi de Cóln suffultus; Hic peculiari quadam methodo nixus, quâ Tangentem 122725 ad 42 $\frac{3}{16}$ M, aut paulò adhuc minorem se velut verissimum, invenisse putat, posito radio Circuli 10000000; unde polygonum Circulo circumscriptum 256 lat. in mensura sua reperit 314176,0: quum peripheria Circuli Longomontano, ut supra, 3141859 existeret; Nam si Tangens ille 122725, à Pellio in Veritate inventus fuisset, Longomontani in numero absurdum sequuturum, quis non animadverteret, nempe quod sic pars suo toto major foret? Cæterum quanquam ab hisce duobus nihil amplius ita contra absolutam Longomontani Cyclometriam motum est, vel ἄρσις in unam omnium propositionū præfatorum XII Tractatuum Longomontani refutandam, ab ipsis sit tentata; multò minus quòd θέσιν in certa Circuli mensura stabilienda affirmarent; ut sic controversiæ hujus ritè decidendæ, operam ipsi luserint: tamen quia Veritas semel inventa perpetuò vincit (nam licet hæc premi quidem, at opprimi nunquam poterit;) proinde nonnihil ex eadem utrique Longomontanus respondendum putabat, ne nimium sibi sapere hi viderentur, (ut Salomon in suis jubet Proverbiis,) etiam cum Reip. Mathematicæ detrimento: Idcirco Guldino Propositio quædam, de vera Circuli inventione è Lunulæ trigoni, cæterarumque partium Circuli æquatione, confecta, ante annum velut offa in responsum objecta est, tali, mehercule, stomacho nimis idonea. Pellio quoque similiter, ante anni semissem, non solum admonitio, in sui tangentis defectum transmissa est; sed juxta etiam ad Guldinum responsum; quum uterque in eodem defectionis tuendæ argumento versetur; nam hæc quoque in vindicias injuriæ ab hisce illatæ publici juris fieri Longomontanus procuravit. Verum enimverò quanquam utriq; horum, imò omnibus in orbe Mathematicis dicta Propositio,

poſitio, ad veram Circuli menſuram convincendum ſufficeret; quia tamen nihil in refutationem menſuræ Circuli Longomontani, præter Ludolphi, ut dixi, authoritatē, nihil diverſi à Canonis Trigonometrici ſyntaxi afferentis, Guldinus in medium produxit; Eo igitur miſſo; & Pellii adeo conſtanti, certoq; Tangente, ob quem ſolum Labores Longomontani in hoc argumento damnandos ipſe arbitrabatur, in juſtum examen revocato; ut non tàm Pellius ipſe, (quem adeò propoſiti, licet falſi, pertinacem fore, ut etiam convictus, opinionem ſuā vix ſit depoſiturus, arbitramur) quàm reliqui in Belgio, & alibi præſtantiores Mathematici, cognoſcant, quàm lubrico heic fundamento, quippe Regulæ Lesbiæ conſimili potiùs, quàm Lydeo lapidi, ut ſcribit, Pellius nititur. Quum verò peculiarem ſuam methodum, ut dixi, pro numeris hujus famoſi Tangentis 122725, *ut puta ad M.* 42 $\frac{3}{16}$ *eruendis, ita ſeparare velit, ut nec Ludolphum, nec Canonem Tangentium interea conſulat; Operæ pretium eſt eandem ex præceptis ejuſdem cognoſcere; & ſimul majoris perſpicuitatis ergò, ad Regulam aur eam proportionis revocare, atque in praxin trahere.*

Summa igitur hujus Pellianæ methodi eſt; quòd ut differentia inter quadratum radii Circuli, & quadratum Tangentis ſuppoſiti, eſt ad quadratum duplicis radii, ſic ipſe ſuppoſitus Tangens, ad Tangentem arcus dupli; *nam ut* 91 *ad* 200, *ſic* 3. (6 $\frac{59340}{100000}$,) *&c. velut hoſce numeros Pellius in praxi ſua oſtendit.*

Pulchra certè methodus, & à Pellio amplius, ſi poſſit, Geometricè, demōſtratu digna. Velut propoſitio illa, quâ oſtenditur radius Circuli medium proportionale inter datum Tangentem, & hujus complementum.

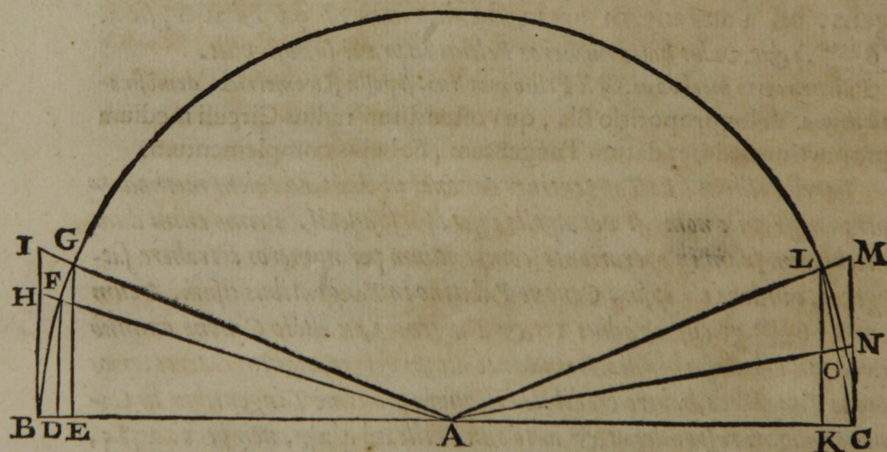
Porrò Pellium ſine Tangentium canone, ut dicit, ad talem methodum perveniſſe, vix nobis, ſi vel Apollo eſſet, perſuadebit. Primo enim dum methodum ſuam in operationis compendium per numeros cōtrahere ſategerat, evidens eſt ipſum Canone Palatino in Tangentibus uſum. Arcum enim 16 $\frac{9546}{10000}$ *gr. cujus radius* 10, *& Tangens* 3, *ex dicto Canone omninò excerptū eſſe deprehendes. Deinde nec aliam originationem cæteros, quos ponit Tangentes, habere credibile eſt, quum proximè Tangentibus in Canone vulgari reſpondeant, & ante omnes ille ad* 4′ 2 $\frac{3}{16}$, *nempe* 122725, *ſæpius nominatus; hic enim è Canone Tang.* 122724, *proximè reperitur.*

Sed habeat Pelliana methodus ſuam commendationem; interim

quod M. Cicero 1. Offic. in Panætio arguit, id nos in Pellio numeris usuro multò magis jure reprehendimus, nempe ipsum methodum suam præposterè in praxin dirigere. Nam nisi Pellius nos docuerit, quemadmodum absque Tangente ad 21 $\frac{3}{32}$ m. supponendo, illum famosum 122725-ad 42 $\frac{3}{16}$ M invenerit, hariolari hic illum arbitrabimur, & Tangentes istos suos, quos dixi, potiùs ex ipso Canone mutuari suspicabimur. Verum deinceps, quam habet Pellii methodus, præ cæteris, prærogativam considerabimus, ubi priùs demonstraverimus Canonem Trigonometricum, sub initium suum, unde Tangens hic ad 42′ $\frac{3}{16}$ exsculptus videtur, admodum incertum esse, & ideò Circuli mensuræ inde acquirendæ, ob defectum suum ibidem, valdè ineptum.

Incertitudinem & defectum sinuum ac Tãgentium, sub initium Canonis Trigonometrici demonstrare, ac quodammodo, in uno exemplo, restituere.

Vt autem Canonis Trigonometriæ, sub suum initium, incertitudinem ostendamus, ac omnibus evidentiorem reddamus, eundem in duplex cum suis numeris Examen sumus adducturi: Igitur:



A Centro, describatur semicirculus BC, ut Polygona præcipua Circulo heic adscribenda quoque intra semisses suos maneant.

Deinde

Deinde penes B, ad Siniſtram, explicetur ἀπόδειξις Ptolemæi lib. 1. Almag. cap. 9. quâ duo proxima latera Polygonorum inſcriptorum inæqualia, minorem rationem inter ſe ſervant , atque totidem arcus , quos ſubtendunt :

Ad dexteram verò, juxta C, ſemiſſes duplicatorum arcuum, ſinuum atque tangentium inter ſe , pariter cum numeris in Canone collatorum; ut ſic certitudo, quam Canon ſub initium ſuum exhibet, cuique ſoli Pellius confidit, ab omnibus Mathematicis in ipſa Veritate deprehendatur, ac judicetur.

Ad Ptolemæum ut veniamus , ſit BF arcus 3, & BG4. Ergò horum ratio eſt $1\frac{1}{3}$; *Sit rurſus DF ſinus rectus arcus BF, & EGS. rectus arcus BG. Quoniam igitur DF minorem habet rationem ad arcum BF,quàm EG ad arcum BG, ſequitur id quod Ptolemæus arguit: minorem eſſe rationem EG ad DF, quàm arcus BG ad arcum BF.*

Contrà verò, quia BI tangens arcus BG , majorem habet rationem ad arcum BG,quàm tangens BH , ad arcum BF; ideò quoque BI majorem habet rationem ad BH, quàm BG ad BF. Hæc Geometricè atque ἐπιστημονικῶς ita habentur, ſed iiſdem numeri Canonis ſub initium hujus nequaquam reſpondent.

Exempla, ubi radius Circuli ad 10000000 *ſe extendit,*

Sit BG arcus 24 M. hujus ſin, r. 69813 , *ſed arcus BF* 18 *M , cujus S.r.* 52359. *At quia 24 & 18 ſunt in ratione* $1\frac{1}{3}$, *oportet igitur ut minor ſit ratio inter* 69813 *&* 52359, *ſed ſenſibiliter major deprehenditur; Similiter tangens BI* 69813, *majorem habet rationem ad Tang. BH* 52359, *quàm* 24 *M. ad* 18 *M , quum Tangens ad* 24 *M. & ſinus rectus, ad eadem minuta, æquales in Canone conſpiciantur.*

Atqui id fuit, quod Longomontanus demonſtrativè, in refutationem Pellii præmiſit, licet per luſum, ſeriâ tamen admonitione adjectâ; unde ſatis intelligitur, Canonem, ſub initium, ab ipſis demonſtrationibus deflectere.

Conſimili quoque fato, ab altera parte, ubi Arcus , Sinus recti, atque Tangentes in dupla ratione conſpiciuntur, rem experiemur: Sit enim & hic arcus CL. $21\frac{1}{32}$ *M. à quo Pellius auſpicium ſuum neceſſariò feciſſet, modò tangentem ad duplum arcus nempe* $4'2'\frac{1}{16}$ *conſtituere voluiſſet,*

velut methodus ipsius jubet, & superiùs est admonitum. Ergò ad eundem arcum 21$\frac{3}{32}$ *M. sinus rectus KL pariter & Tangẽs CM. est* 61359*-è Canone; sed & CL subtensa hisce quoque è Canone æqualis est; Quæ cuncta demonstrationi reclamant, ubi KL linea minor erit CL, & ideò multò minor quàm CM.*

Viderit igitur Pellius ille sagacissimus, & alii cum ipso, quo fundamento nititur, dum tangentẽ ad 42$\frac{3}{16}$ *M. nẽpe* 122725*-ἀσάλευτον esse, & ab omni errore liberare velit, dimidio hujus, ut puta* 21$\frac{3}{32}$ *M, à cujus Tang. velut basi auspicabitur, incõmodis modo demonstratis infecto.*

Nunc praxin juxta Pellii Paradeigma adjicere placet.

Tangens ad 21$\frac{3}{32}$ *M, quia ex Canone est* 61359. *erit ejus quadr.* 3764926881, *à quad. radii* 10000000000000 *subductum, relinquit differentiam* 9999623507311 9; *Stant proinde numeri juxta methodum Pellii:*

I. Differentia, &c.	*II. Duplex quadr. radii.*
99996235073119.	20000000000000.

Tertio loco, Tang. 61359, *unde quotus* 122723*-pro tãgente ad* 42$\frac{3}{16}$. *Pellius autem habet minus* 122725, *ut credam ipsum supposuisse Tangentem ad subduplum, nempe* 21$\frac{3}{32}$ *ex canone Palatino, ubi etiam paulò minus invenitur* 61360. *Vnde Tangens ad* 42$\frac{3}{16}$ *est* 122724, *ut cum Canone vulgari proximè conveniat; velut suprà est ostensum.*

At dicat aliquis; (Pellio utinam & candidior, & Veritatis amantior) hæc Canonis incommoda sub ejus initium largiri quidem cogor, quia modò abs te sunt demonstrata; sed undè ejusdem defectum inibi cognoscam? Respondeo: in ipsa praxi, causas, quæ Apologiæ cap. ultimo lib. 1 *de mensura Rotundi Plani, adjectæ sunt, secum afferente.*

Verum enimverò, quandoquidem de Tangentium pervestigatione, & quidẽ sub initium Canonis, maximè Quæstio est, dico, quòd dum ea paulatim vel ad initium descendit, ideò in Sinus rectos, maximè verò Tangentes defectum inducat, quia inter sinum rectum, & inscriptam lineam ejusdem arcus, nullam sensibilem differentiam relinquit, ob sinus recti ac versi ibidem disproportionem; veluti in dicta Apologia indicatum est. Quæ quoque Causa Valentinum Othonem operis Palatini, ingenti cum labore, confectorem, à communi via Canonis perficiendi, juxta dodran-

tem

tem grad. ſuſpenderat; ut pag. 44. lib. 3. Operis iſtius reperies. Quia verò ſic etiam ſinus rectus duplicis arcus, ſub initium Canonis, ut dixi, abſque defectu eſſe nequit, dum in ſuperiori figura ſinus rectus KL non minor ab initio Canonis uſque ad 2′4, in numeris, deprehenditur, quàm CL. Et quia linea AK, tàm propè ad radium AC accedit, ut inter has lineas, vix ulla ſenſibilis differentia, reſpectu radii 10000000 *inveniatur; Quare dum eſt ut AK ad KL, ſic radius AC ad Tangentem CM; igitur quia KL & CM in Canone ad 24 M, numeris, contra ſuperiùs demonſtrata, reperiuntur æquales, facilè advertitur quod Tangens CM, minor juſtò evadat, nec etiam ſinus rectus KL, defectu hoc loco careat, quando praxin per numeros ſucceſſivè huc extenderis.*

Sed ad Pellii methodum, nuper, quod videtur, inventam, ut ſimul reſpondeatur, illa quia contrà ab initio Canonis aſcendit, & ideò neceſſariò Tangentem in defectu intra 24′; nempe ad $2'1\frac{3}{32}$ *præſupponit, quare non ſolum ob eam cauſam Tangentem ad* $4'2\frac{3}{16}$ *juſto minorem conſequitur, ſed etiam (quod animadverſione dignum eſt,) quadratum Tangentis ſupponendi, quo minus, ut circa initium, numero fuerit, eo quoque ſequens Tangens ad arcum duplum juſto minor evadit. Nam ſi quadratum prioris Tangentis infra* 10 *ſiphras ſe continuerit, Tangens quæſitus, arcus dupli ſenſibiliter ultra duplum prioris ſe non extendit. Sic enim methodus Pellii cum ſuperiori circa defectum Tang. Canonis ſub initium, bellè coincidit, quod ipſum minùs animadvertiſſe miramur. Interim eadem laudanda eſt, præcipuè modò Geometricè demonſtrabilis; nam, per ipſam, Canonem Trigonometricum conſtrui poſſe video; non tamen veriùs, (ut modò intellexiſti) quàm per illam, quæ ad finem Cyclometriæ Hamburg. ſufficienter, etiam pro ſinibus atque ſecantibus demonſtratur. Sed de Canonis hujus Trigonometrici inſufficientia in hoc argumento judicium Dibvadii noſtri ulterius in dicta Apologia cognoſces; Cur igitur nunc magis à noſtris, imo Belgis & omnibus ſanioribus, ac Veritatis amantibus Mathematicis, ex modò demonſtratis, defectus hujuſmodi Canonis in dubium vocabitur?*

Poſtremò, quoniam ab hoc Canonis Triangulorum defectu, nempe ſub initium, uſque ad 24 M. & amplius, nemo hujus confector ritè nos expedire potuit, adeò ut hinc rationem peripheriæ ad Diametrum

Circuli,

Circuli, in Veritate eruere sustineret; etiam dum ad imitationem Archimedis peripheriam Circuli in minutissimas particulas secando, & ad initium tendendo, ut Ludolphus factitavit. Nam semper, ut ostensum est, numeri etiam vastissimi, in praxin, secundum Diametri positionem, directi, hîc ab ipsis demonstrationibus deficiunt. Si igitur debita instauratio Canonis sub initium [vel quodammodo] ut dixi, fiet, veram rationem Circuli peripheriæ ad Diametrum priùs notam esse oportet, ut hinc arcus ad imperata minuta exputati, cum ipsis sinibus, qui semper minores, & tangentibus, qui semper majores esse debent, παραλλήλως *conferri poterint. Illam autem, si aliam quàm* $\sqrt{9\frac{1611}{1849}}$ *esse, qui, cum Paulo Guldino, & Ioanne Pellio, præsumserit. Quæso, ut Longomontanum non obliquâ suâ, velut hactenus, instantiâ refellant; sed justâ analysi atque redargutione Scripta ipsius in hoc argumento à capite ad calcem usque resolvant, ac si possunt, non verbis, sed operâ ipsâ refutent, imprimis publ. juris facta, & ipsis (modò quærentibus) ad manus perventa; nempe Rotundi Plani mensuram, & Lunulæ trigoni cum Circuli partibus æquationem; præter Circuli Quadr. & cæteros Tractatus hactenus in publ. missos: Nam Rhodus in illis est, ubi meritò istos, aliosque inventæ Veritatis adversarios, saltare oportuisset, priusquam triumphum de Longomontani Cyclometria egissent; de qua, si Naturam consulueris, nihil eadem operatu faciliùs est, ut in omnibus præmemoratis Tractatibus reperies. Dum autem priùs heic in uno exemplo Canonis restitutioni quodammodo insistemus, erit ex ratione Diametri ad peripheriam* $\sqrt{9\frac{1611}{1849}}$ *in numeris, ut superiùs, solutis* $\frac{31418596}{10000000}$, *unde provenit arcus* $2'1\frac{3}{32}$, *seu Polygonon 512 lat.* $61364\frac{44}{100}$ *proximè. Hoc verò numero nonnihil aucto, ut sit pro tangente 61365 ad arcum* $21\frac{3}{32}$ *M. experiemur, si placet, vel ad ipsius Pellii methodum, quantus tangens arcus dupli, ut puta ad* $4'2\frac{3}{16}$ *prodit. Praxis:*

Primò Quadr. de 61365, est 3765663235. Ergo, differentia à quadr. Radii est 99996234336765.

Secundò Quadr. duplicis radii 200000000000000.

Tertiò ipse suppositus tangens 61365. Ex hisce autem tribus terminis, ordine in Regula proportionis positis, oritur quartus pro tangente ad $42\frac{3}{16}$ *M. nempè* $122734\frac{2}{3}$ *proximè, undè polygonum circumscriptum*

ptum 256 lat: est 31420075; Peripheria autem Circuli ex inventione Longomontani 31418596.

Superat igitur Polygonon circumscriptum Circuli ejusdem Peripheriam, differentiâ, ut vides, satis notabili, radio scilicet ad septem siphras dato.

Quanquam autem hæc ita fuerint; tamen nihil sensibile analysi Triangulorum ex Canone important, ut ex Introductione Cycl. Hamburg. adjectâ comperies. Nam ob differentiam inter sinum rectum ad 24 M. in Canone, nempe 69813, & arcum ejusdem è Periph. Longomontani, unitas finalis in 11000 nondum accrescit, ut experimento patebit.

Canonis igitur instaurandi ergò, tantos labores exantlantos, in hoc argumento, Longomontanus non putaverat, [quamvis fortè hæc res talibus digna foret] sed multò magis, ut Circuli mensuram absolutam tandem ex Natura, Geometriâ ac Numeris demonstraret, atque in Rempub. Mathem. ritè depromeret. Quod qua felicitate expeditum, saniores ac sinceriores Mathematici aliquando judicabunt.

Atqui has paucas pagellas in ulteriorem Pellii Refutationem, importuna ac clandestina, imò turpis ac contumeliosa Calumnia de Longomontano ab ipso sparsa, & non solum apud suos in Belgio, sine dubio, sed etiam in Epistola huc ad amicum scripta, nobis extorsit; licet præmissa intelligenti satis fuisset. Dolendum profectò est, ingenia liberalia, & literis cæteroquin humanioribus, magno cum Reipublic. emolumento promovendis, nata, pessimæ huic arti Calumniandi, tàm immaturè se tradere velle, unde non modò veritas, sed & simul Christiana charitas, maximi (post illam in Deum sincerissimam) æstimanda, naufragium patitur. * Λοιδορεῖν ἐ πρέπει. Proindè prior qui (astu in foliis sui afflictis numeris; fastu in Epistola, &c.) læsit, meritò plectendus, etiam quòd nunc quoque in innocentem illum, pro libidine sua iteratò incurrat, quippè cui hactenus nihil magis in votis fuerat, quàm pacem cum omnibus hominibus, ad aras usque, coluisse, & Veritatem, in Cœno sepultam, propagando, quantum potuit, omnibus profuisse, nemini nocuisse. Quod adhuc, divinâ gratiâ, à Longomontano præstitum esse, non modò Candidi omnes præsentes, sed & posteri, si qui futuri, loquentur.

p. 73. l. 10. DOlendum est, *nobis* non adesse Plautinum *Palæstrionem*,
Mi. Go. III. I. qui exclamet, *O præclarum senem, si, quas memorat, virtutes*
habet! Dolendum potiùs est, aliquantulum *prudentiæ Longomon-*
tano non adfuisse, quæ moneret ne mihi molestum laborem,
p. 73 l. 8. sibi autem immensum dedecus conciliaret, de meâ Epistolâ
p. 42. l. 28. conquerendo; nec me invitũ cogeret illam *edere* atque ratio-
nes reddere cur ita scripserim; hoc est, *demonstrare* vera esse
omnia illa, quæ de eo ibi dicta sunt. Nam si illam non legisset
vel si *privatim* expostulâsset mecum de iis quæ illi displicuis-
sent, in *impresso* autem libello, illorum mentionem nullam fe-
p. 45. l. cisset; potuissem hæc dissimulare, nec *omnium* oculis expone-
re literas, quæ *unius* lectioni fuerant destinatæ: & bipartitò
respondissem, impressa impressis, privata privatis opponens.
Postquam autem non tantùm frivolas ratiunculas, sed etiam
tot injustè de me *publicè* factas querelas mihi diluendas vide-
bam, dementis adversarii causâ, ad saniorum judicia *iterum*
p. 46. *privatim* provocandum non censui; sed *librum* potius *edendum*,
p. 1. qui indicaret quid contra Longomontanum egerim, quove
consilio illud inceperim: deinde & reliquis ejus ineptiis ita re-
sponderet, ut sive cum *cerito* sene sive cum illis, nescio quibus,
larvatis luctarer, Lectores mei putare possent se bonas horas
non male collocâsse.

Talia animo agitantem & de formâ operis futuri deliberan-
tem, paulisper interpellavit appropinquans *anni secundi finis*.
p. 2. l. 20. Kalendis enim Sextilibus Anni 1643 scripserat Longomonta-
nus dedicatoriam epistolam istius libri; quem *eodem die* Anni
p. 14. l. 33. 1644, ita refutavi, ut *integrũ annum* expectationi de sene nostro
concedendum putarem: Si autem non resipisceret & παλινῳ-
δίαν ederet ante Calendas Sextiles Anni 1645, mihi denuò cõ-
tra illum paulò apertius scribendum judicarem. Acceperam
p. 60. l. 6. autem libellum Hauniẽsem, 12 Cal. Sextil. Illis igitur residuis
diebus *decem*, sanioris responsi expectatione frustra etiam exa-
p. 13. ctis, meam resumpsi chartulam; eamque, ut utrique scripto
Hauniensi opponi posset, explicatiorem reddidi in hunc mo-
dum.

Tam

TAm peritus si fuisset novus ille Cyclometra, quàm videri p.2 l.18. voluit, quando omnes Mathematicos provocare ausus p 86. l.22. p. 13. est; fieri non posset quin vim meæ refutationis, Anno 1644 editæ, potuisset assequi; nec pro παλινῳδία, quam à viris ingenuis solus veritatis amor extorquere solet, convitia & frivola p. 37. ἀπροσδιόνυσα reponere maluisset. Peritiores igitur, qui viderunt me ibi plenissimè demonstrâsse *falsam esse illam Circuli mensuram quam ille venditat*, ignoscant quòd, illius causâ, verbosior solito factus, *idem argumentum* pluribus, quàm ipse vellem, exponam; nec novis rationibus, quæ facilè afferri possent, eam p.9. l.20. p.47 &c. p. 11. l.24. *oppugnandam* censeam, quam ipsi jam satis à me *expugnatam* agnoscunt. Videbor enim prioribus diffidere, si alias attulero. Nec ille novas meliùs intellecturus vel iis minùs ineptè responsurus videtur. Omnino *eandem* ἔλεγξιν repetere debui, multò tamen apertiùs quàm antè explicatam, quò clariùs videre possit quàm prorsus nihil ad me spectent ea omnia quæ hactenus respondit.

1. Portionem, tam peripheriæ, quàm rectæ circulum tangentis, intercipient duæ rectæ connectentes circuli centrum cum puncto contactûs & cum quolibet alio infinitæ istius tangentis puncto.

2. Portio tangentis ita interceptæ vocatur *tangens arcûs intercepti*, & contra, arcus interceptus vocatur *arcus tangentis interceptæ*.

3. Ergo, Omnis linea recta finita habet in quolibet circulo suum arcum, cujus tangens esse dicitur. [Non contra. vide 8 hujus]

4. Si recta intercepta, æqualis fuerit Radio circuli quem tangit, arcus interceptus erit circularis peripheriæ pars octava, 45 gr.

5. Breviorum arcuum ejusdem circuli, breviores sunt tangentes & longiorum longiores.

6. Et contra. Tangentium breviorum breviores sunt arcûs, & longiorum longiores.

7. Si verò arcus interceptus, fuerit totius peripheriæ quadrans vel quadrante major; altera intercipientium, in infinitum licèt producta, nunquam in tangentem incidet.

8. Soli ergo arcûs quadrante minores habent ſuas terminatas tangentes.

9. Ex ſolis ergo tangentibus, Radio brevioribus, elici poſſunt finita tangentes arcûs dupli.

10. Dato Circuli Radio & tangente arcûs minoris quàm 45 gr. 00′, tangentem arcûs dupli invenire *delineando* facillimum eſt & vulgare.

11. *Supputando* verò invenitur ope novi noſtri Theorematis
p. 13. l. 8. $\frac{2RRT}{RR-TT}$ = d. Id eſt ſi Tangens cujuſlibet arcûs minoris quàm 45 gr. 00′ ducatur in duplum Quadratum Radii, è Quadrato Radii auferatur Tangentis quadratum; illud productum dividatur per hoc reſiduum, Quotus erit Tangens arcûs dupli.

Sit Radius, 10; Tangens, 3; Tangens dupli arcûs erit $\frac{600}{91}$, Quamvis enim neſcias, quantus ſit arcus tangentis datæ 3, ſcis tamen arcum iſtum eſſe minorem quàm 45 gr. per 4 & 6. hujus. Ideoque, per hoc Theorema $\frac{600}{91}$ erit Tangens arcûs dupli.

12. Hujus Theorematis alibi à nobis demonſtrati, *omnes usûs* hîc enumerare velle, ineptum foret. *Unum* præſenti negotio accommodatum apponere ſufficiat, nempe, Si data aliqua linea recta ſit *major* tangente alicujus arcûs per continuam peripheriæ biſectionem inventi; qui illam dixerit *minorem* eſſe eâ tangente, refutari poterit ope 4 & 11 hujus: Et proinde, quicunque Circularis peripheriæ areæque menſuras *juſtis majores* pro juſtis venditârit, iiſdem argumentis per ſolas multiplicationes & diviſiones facilè & funditus refutabitur.

13. Exemplum hujus artificii commodè oſtendetur, in Illo qui, ne cyclometriæ ſuæ falſitas detegeretur, contendit omnia huc uſque nota examina, erroribus neceſſario eſſe obnoxia, propter calculi lubricitatem in iteratis radicum extractionibus; quamobrem novum hunc refutandi modum excogitare coactus ſum, ubi nullis radicum extractionibus opus

eſt.

eſt. Corruet enim univerſa ejus cyclometria, quamprimum demonſtravero $\frac{1227,28890}{100000,00000}$ radii eſſe *majorem* tãgente $\frac{1}{512}$ peripheriæ, id eſt, arcûs 0 gr, $42' \frac{3}{16}$; quum ex ejus placitis ſequatur, eandem radii portionem, *minorem* eſſe tangente illius arcûs.

14. Oportet ergo demonſtrare, Tantam portionem radii, majorem eſſe tangente $\frac{1}{512}$ peripheriæ ſive $\frac{1}{128}$ quadrantis. Id eſt, Si Radius habuerit 100000, 0000 particulas æquales Tangentem 0 gr. $42' \frac{3}{16}$ habituram pauciores quàm 1227,2889.

15. Alius fortaſſe, hoc demonſtraturus, quæreret veram Tangentem arcûs 0. $42' \frac{3}{16}$, inventam conferret cum 1227, 2889: vel quæreret verum arcum Tangentis 0. 01227,2889, inventum conferret cum arcu $\bar{0}$. $42' \frac{3}{16}$. Verùm quoniam hæc problemata vulgò ſolvuntur per ſolum Canonem Tangentium, qualem nullum extare exactum contendit adverſarius; foretque nimia digreſſio de aliis eorum ſolutionibus hoc loco differere; iſtam methodum hîc non attingam. Neque enim Canoni debeo quod ſciam quanta ſit Semiquadrantis Tangens, vel arcûs $\bar{22}$. 30′, quippe quæ, ex 4 & 11 hujus, demonſtratur eſſe ad radiũ, ut $\sqrt{2}$.— 1 ad 1 & proinde eſſe 0. 41421, *p. 24 l. 33.* 35623, 7309 &c. Quoniam tamen adverſarius toties contra radicum *extractiones iteratas* declamitat, Ego ne *ſimplice* quidem *extractione* in hâc demonſtratione utar, ſed contentus unâ *4. hujus.* illâ ſemiquadrantis tangente, prorſus aliâ viâ incedam, quam nempe in 12 hujus indicavi.

16. Nec tamen componam moleſtam æquationem, quæ oſtendat habitudinem inter tangentes arcuum habentium rationem 64 ad 1, Per v & vi hujus, & interpoſitos numeros, quaſi gradûs, faciliùs ad metam perveniemus. Nam ab arcu 45. 00 cujus tangentem novimus, ad arcũ propoſitum $\bar{0}$. $42' \frac{3}{16}$, deſcenditur per 6 continuas biſectiones; ideoque totidem quæro tangentes, radio commenſurabiles (ne calculo moleſtiam creent) *majores* verò tangentibus ipſorum 6 arcuum ſic inventorum; ita tamen *majores*, ut, cum quælibet pertineat ad arcum majorem ſemiſſe proximè præcedentis, ultima tamen

maneat minor propositâ 0. 01227, 2889; Neque numeris grãdioribus quàm opus est, exprimantur. Tales invenio eas, quarum rationes ad radium 100000, 00 exprimunt hi 6 numeri, 41421, 36 19891, 24 9849, 15 4912, 69 2454, 86 $\frac{1}{10}$ 1227,25. Quomodo autem felicissimè quærantur tales numeri alibi ostendetur.

17. Ad sequentem demonstrationem sufficiet, si harum 6. tangentium ignoti arcûs distinguantur per elementorum nomina A.B.C.D.E.F. [vide 3 & 15 hujus]

18. Possunt enim horum ignotorum arcuum duplicatorum tangentes inveniri & in hunc modum disponi,

19 Si	0.41421,36	sit tangens arcûs	A	tum	1.00000,01,29—	est tangens arcûs	2A	per
	0.19891,24		B		0.41421,36,36—		2B	16,
	0.09849,15		C		0,19891,25,66+		2C	17,
	0.04912,69		D		0.09849,15,45+		2D	&
	0.02454,86$\frac{1}{10}$		E		0.04912,69,66—		2E	11,
	0.01227,25		F		0.02454,86,97+		2F	hujus.

20. Radius est 100000, 00 Per 16 hujus

21. Tangens 45 grad, 00′ est æqualis radio. Per 4. hujus.

22. Ergo Tangens 45 grad, 00′ est 1,00000,00. Per 20, 21.

23. 1.00000, 0129 est tangens arcûs 2A. Per 19 hujus.

24. 1, 00000, 00 est minor quàm 1, 00000,0129 (22. 23. 24.

25. Ergo, Tãgens arcûs 45 . 00′ est minor quã tangẽs arcûs 2A

26. Ergo, Arcus 45. 00′ est minor quàm arcus 2A. Per 25, & 6.

27. Ergo, Arcus 22 . 30′ est minor quàm Arcus A. Per 26

28. Ergo, tangens arcûs 22 . 30′ est minor quàm tãgens arcûs

29. At tangens arcûs A est 0,4142136. Per 19. (A Per 27, 5.

30. Ergo, tangens arcûs 22,30′ est minor quàm 0,4142136.

31. 041421,36 36 est tangens arcûs 2B. Per 19 hujus

32. 041421, 36 est minor quàm 0, 4142136 36

33. Si fuerint tres magnitudines, & prima sit minor quàm secunda, & secunda minor quàm tertia: Prima erit minor quàm tertia. (Ex 30. 31. 33.

34, Ergo tangens arcûs 22 30′ est minor quàm 0, 4142136 36

35. Id est,

35, Id eſt, tangens arcûs $2\overline{2}$. 30′ eſt minor quàm tangens arcûs 2B. Per 31 & 34 hujus.

36. Ergo, Arcus $\overline{22}$,30′ eſt minor quàm arcus 2B. Per 35 & 6.

37. Ergo, Arcus $\overline{11}$.15′ eſt minor quàm arcı s B. Ex 36.

38. Ergo, tangens arcûs $\overline{11}$. 15′ eſt minor quàm tangens arcûs B, Per 37 & 5 hujus.

39. At tangens arcûs B eſt 0, 19891, 24 Per 19

40. Ergo tangens arcûs $\overline{11}$ 15′ eſt minor quàm 0, 19891, 24

41. 0.19891, 25$\underline{66}$ eſt tangens arcûs 2C. Per 19 hujus

42, 0, 19891, 24 eſt minor quàm 0, 19891, 25$\underline{66}$ (40. 42. 33.

43. Ergo tãgens arcûs $1\overline{1}$,15′ eſt minor quã 0,19891,25$\underline{66}$ Per

44. Id eſt, tangens arcûs $1\overline{1}$,15′ eſt minor quàm tangens arcûs 2C. Per 41 & 43 hujus

45, Ergo, Arcus $1\overline{1}$.15′ eſt minor quàm arcûs 2C. Per 44 & 6.

46. Ergo, Arcus $\overline{5}$,37′ $\frac{1}{2}$ eſt minor quàm arcus C. Ex 45.

47. Ergo, tangens arcûs $\overline{5}$. 37′ $\frac{1}{2}$ eſt minor quàm tangens arcûs C. Per 46 & 5 hujus.

48. At tangens arcûs C eſt 0, 09849, 15. Per 19

49. Ergo tangens arcus $\overline{5}$. 37′ $\frac{1}{2}$ eſt minor quàm 0,09849, 15.

50. 0. 09849,15$\underline{45}$ eſt Tangens arcûs 2D. Per 19 hujus.

51. 0.09849,15 eſt minor quàm 0,0984915$\underline{45}$ (Per 49. 51.33.

52. Ergo tangens arcûs $\overline{5}$,37′ $\frac{1}{2}$ eſt minor quàm 0,0984915$\underline{45}$.

53. Id eſt, tangens arcûs $\overline{5}$. 37′ $\frac{1}{2}$ eſt minor quàm tangens arcûs 2D. Per 50 & 52 hujus.

54. Ergo arcus $\overline{5}$, 37′ $\frac{1}{2}$ eſt minor quàm arcus 2D. Per 53 & 6.

55. Ergo, arcus 2, 48 $\frac{3}{4}$ eſt minor quàm arcus D. Ex 54.

56. Ergo tangens arcûs $\overline{2}$, 48′ $\frac{3}{4}$ eſt minor quàm tangens arcûs. D. Per 55 & 5 hujus.

57. At tangens arcûs D eſt 0, 04912, 69. Per 19.

58. Ergo, tangens arcûs $\overline{2}$,48′ $\frac{3}{4}$ eſt minor quam 0, 04912,69.

59. 0.04912,69$\underline{66}$ eſt Tangens arcûs 2E. Per 19 hujus.

60. 0. 04912,69 eſt minor quàm 0. 04912, 69$\underline{66}$(Per 58.60.63

61. Ergo, tãgens arcûs $\overline{2}$. 48′ $\frac{3}{4}$ eſt minor quàm 0,04912,69$\underline{66}$.

62. Id eſt, tangens arcûs $\overline{2}$. 48′ $\frac{3}{4}$ eſt minor quàm tangens arcûs, 2E. Per 59 & 61 hujus.

63. Ergo

63. Ergo arcus $\overline{2}.48'\frac{3}{4}$ eſt minor quàm arcus 2E. Per 62 & 6.

64. Ergo arcus $\overline{1}.24'\frac{3}{8}$ eſt minor quàm arcus E. Ex 63.

65. Ergo tangens arcûs $\overline{1}.24\frac{3}{8}$ eſt minor quàm tangens arcûs E, Per 64 & 5.

66. At tangens arcûs E eſt $0.0245486\frac{8}{10}$. Per 19.

67. Ergo tangens arcûs $1.24'\frac{3}{8}$ eſt minor quàm $0.0245486\frac{8}{10}$

68. $0.0245486,\overline{97}$ eſt tangens arcûs 2F. Per 19 hujus.

69. $0.024548\overline{80}$ eſt minor quàm $0.0245486,\overline{97}$ (Per 67.69.33.

70. Ergo tangens arcûs $\overline{1}.24'\frac{3}{8}$ eſt minor quàm $0.0245486\overline{97}$.

71. Id eſt tangens arcûs $\overline{1}.24'\frac{3}{8}$ eſt minor quàm tangens arcûs 2F. Per 68 & 70 hujus.

72. Ergo arcûs $\overline{1}.24'\frac{3}{8}$ eſt minor quàm arcûs 2F. Per 71 & 6

73. Ergo arcus $\overline{0}.42'\frac{8}{16}$ eſt minor quàm arcus F. Ex 72.

74. Ergo tangens arcûs $\overline{0}.42\frac{3}{16}$ eſt minor quàm tangens arcus F. Per 73 & 5.

75. At tangens arcûs F eſt 0.01227,25. Per 19 hujus.

76. Ergo tangens $\overline{0}.42'\frac{3}{16}$ eſt minor quàm 0,01227,25 & proinde minor quàm $0.01227,28\frac{89}{100}$ Quod demonſtrandum proponebatur in 13 & 14 hujus: Rem autem confeci, ſine tangentium Canone aut radicum extractione, quemadmodum promiſi in 15 hujus.

77. In hâc enim catenâ demonſtratoria, nuſpiam aſſumo aut concedi poſtulo, ullum fuiſſe Logiſtam, qui *numeris exactè* expreſſerit quomodo ſe ad radium habeant aliquorum arcuum *tangentes*; aut ullum unquam Typographum tales *canones ſine erratis* impreſſiſſe. Ideoque meritò dixi, me hoc demonſtraſſe ſine *tangentium Canone*.

78. Neque adſumo, ullum unquam hominem, *veras regulas extractionis* radicum tradidiſſe. Ideoque rectè affirmavi me hoc demonſtrâſſe ſine *radicum extractione*.

79. Hinc ergo liquet, quàm ineptè opponantur ea, quæ etjamſi concederentur, nihil tamen huic demonſtrationi nocerent, nempe *Ludolphi numeros eſſe falſos*; *iteratam radicum extractionem eſſe lubricam, & erroribus obnoxiam*; *omneſque in omnium*

Trigono-

Trigonometrarum Canonibus Tangentes esse numeros minimè accuratos.

80. Vt arcus semiperipheriam metiens, ad ipsam semiperipheriam: Ita 1, ad numerum laterum polygoni ordinati circulo circumscripti, cujus semilatus est æquale tangenti istius arcûs.

81. Vt $\overline{0}$ 42′ $\frac{3}{16}$ ad 180′. 0′0 : Ita 1 ad 256

82. Ergo tangens arcûs $\overline{0}$. 42 $\frac{3}{16}$ est semissis lateris Polygoni ordinati, lateribus 256, Circulum circumscribentis. Ex 80, 81.

83. Ergo duplicata tangens istius arcûs est latus talis Polygoni, Ex 82. (Ex 76

84. At duplicata illa tangens est minor quàm 0. 02454, 50.

85. Ergo latus talis polygoni est minus quàm linea 2454, 50 particularum, quales Radius habet 100000,00. Per 83. 84. 16.

86. Semiperimeter talis polygoni habet 128 latera. Ex 82

87. Ergo semiperimeter talis polygoni est minor quàm recta 31417600 partium æqualium, quales Radius habet 100000, 00. Ex 85 & 86.

88. Vt circuli Radius ad Semiperimetrum cujuslibet figuræ: Ita ejusdem Circuli Diameter ad totam istius figuræ perimetrum.

89. Ergo, si Diameter dati circuli habuerit partes æquales 100000, 00; tota perimeter, talis polygoni dato circulo circumscripti, erit minor rectâ habente partes tales 314176, 00. Per 87 & 88

90. At in omnibus illis libris Cyclometricis, quos, Annis hujus seculi 12°. 27°. 28°. 31°. 34°. 37°. 38°. 39°. 43°. 44°. 45° Hafniæ, Hamburgi vel Amsterdami edidit Christianus Severini Longomontanus, Cimber, Superiorum Mathematum in Regiâ Danorum Academiâ Hauniensi Professor Publicus, *Diameter Circuli cujusque dicitur esse ad suam peripheriam ut unitas ad* √ 9 $\frac{1611}{1849}$, *hoc est, uti ipse sæpe explicat*, *ut* 100000, 00 ad 314185, 96 &c.

91. *Est* igitur, secundùm hanc Longomontani assertionem, *Peripheria circuli major quàm Perimeter polygoni ordinati*, 256 *Laterum, eidem circulo circumscripti.* Quod est absurdum.

L 92. Vt

92. Vt peripheria circuli, ad perimetrum circumſcripti polygoni: Ita area circuli ad aream ejuſdem polygoni.

93. Ergo, ſecundùm eandem Longomontani aſſertionem, *Area circuli erit major quàm area talis polygoni circulo circumſcripti.* Per 91. 92, hujus.

94. Area circuli eſt pars areæ polygoni omnis circumſcripti.

95. Ergo, Si vera eſt illa Longomontani aſſertio; tum Pars erit major toto. At hoc eſt falſum, ergo & illud.

96. Id eſt; Ratio illa peripheriæ ad diametrum, [vel areæ circularis ad quadratum ſemidiametri,] quam Longomontanus tradidit, eſt FALSA, quippe major quàm oportuit.

97. Falsò ergo paſſim gloriatur Longomontanus, *ſe veras earum menſuras inveniſſe.*

98. FALSA item neceſſariò ſunt omnia ejus *præcepta de Circulo transformando in æqualia plana rectilinea, & contra: de Lunulis ſegmentiſve quibuſcunque circularis areæ menſurandis* &c. quippe quæ falſo iſti fundamento ſuperſtructa ſunt.

99. Et quoniam, ex veris in juſtâ formâ συλλογιζομένοις, falſa concluſio educi non poteſt; neceſſariò utique *falſam illam circuli menſuram* vel ex falſis aſſumptis vel ex veris imperitè conjunctis fluxiſſe liquet. Eorum omnium errorum & tanti fruſtra ſuſcepti laboris cauſas, alio tempore, detegere decrevi.

p.7.l.23.

100. Potuit interim apud *peritiores* unica illa pagella, à me ante annum edita, abunde ſufficere omnibus iſtis XC quaternionibus ita refutandis, ut incredibiles ejus tot annorum labores in argumento Cyclometrico exantlatos prorſus periiſſe viderent. Iam autem, propter quorundam, præſertim ipſius Longomontani, imperitiam, eadem Apodeixis hoc modo explicata vel *imperitiores* lectores idem *videre* coget: At quod viderunt *fateri*, nulla unquam pertinaces, minuſque ingenuos coget demonſtratio.

Scriptum Amſtelodami, Calendis Sextilibus, Anno 1645.

Ne

Ne cui sit mirum, unde illud sit quòd hîc tàm *distinctè* li- p.82.s.100.
brorum Longomontani molem & editiones numeraverim, p.81. s.90.
quum in ipsâ primâ refutatiunculâ, *indefinitè* tantùm scripsis-
sem *unicam istam pagellam abunde sufficere*, TOT *chartis librisque* p.14.l.27.
ALIQVOTIES *editis refutandis*; item, TOT *annorum labores per-* l.30.
iisse: Sciat Lector, me, paulo ante hujus explicationis scri-
ptionem, nactum fuisse nonnulla scripta Hauniensia, atque
inter reliqua, unum *De ἐνεργείᾳ proportionis sesquitertiæ*; libellum
quidem frivolum, at non ingratum, propter adjunctum *Cata-
logum Tractatuum de argumento Cyclometrico in lucem ab Authore*
[*Longomontano*] *emissorum*. Illum Catalogum hîc recudendum
censui, quò pluribus innotesceret hæc, tam diuturna atque
ἐξανθημάτων tàm ferax, senis nostri Febris Cyclometrica. Ma-
ximè quum toties *eorum omnium* mentionem faciat Longo-
montanus & hic Anonymus Hauniẽsis. [*Labores Longomontani* p 41.l 4.
&c. Pag. 65. *per* XII *Tractatûs de circuli mensurâ*] & paulò pòst l. 20.
[*multoties per omnes* XII *Tractatûs Cyclometricos hactenus superiori-* l. 29.
bus annis à Christiano Longomontano in lucem publ. promotos &c.]
Item, pag. 66. [*ἄρσις ne in unam omnium propositionum* præfato- l. 18.
rum XII tractatuum Longomontani *refutandam, ab ipsis* [*Gul-
dino & Pellio*] *est tentata*. Postea verò pag. 72. *Totum* illud Au- l. 13.
giæ stabulum dissentientibus purgandum datur. *Iustâ*, inquit,
analysi atque redargutione scripta ipsius [*Longomontani*] *in hoc argu-
mento*, à capite ad calcem usque *resolvant, ac si possunt, non ver-
bis, sed operâ ipsâ refutent*, imprimis publici juris facta, *& ipsis
(modo quærentibus) ad manûs pervẽta, &c.* Et paulò pòst, *nihil* [*Lon-
gomontani Cyclometriâ*] *operatu facilius est*, *ut* in omnibus præme- p.72.l.21.
moratis Tractatibus *reperies*. Nos igitur hæc *arma*, Cyclica an
Cyclopica, lustremus; nec dubitemus annumerare duo illa
præacuta *tela*, quæ scimus ex eodem antro in me *emissa* fuisse pag. 37.
& quidem ab ipso Longomontano, quamvis ille non dicat & 63.
quis fuerit posterioris fabricator, an idem ille πολύφημος
κυκλομέτρης, an alius non multò oculatior Οὖτις.

1. *Cyclometria ex lunulis reciprocè demonstrata, unde tam areæ, quàm perimetri Circuli exacta dimensio, & in numeros diductio sequuta est, hactenus ab omnibus Mathematicis unicè desiderata. Hafniæ. Anno* 1612. *Quatern. L.*

2 *Cyclometria verè ac absolutè in ipsa Natura Circuli, cum rectilineo inventa, & ita quidem, ut Circino & Regula exquisitè tractari possit. Hamburgi. Typo Frobeniano. Anno Domini* 1627. *Quatern. O.*

3. *Fundamentum Cyclometriæ Rationalis, nempe de symmetria longitudinis, lateris trianguli æquilateri Circulo inscripti & circumscripti, unde figuræ ordinatæ Circulo inscriptæ, Triangulares areæ ejusdem Circuli commensurabiles. Cum appendicula, quâ* 1. *Angulus contactûs ἄμετρος contra C. Clavium demonstratur.* 2. *Insufficientia peripheriæ Circuli, ex ultimis ejus segmentis mensurandis, indigitatur. Hafniæ Anno* 1628. *Quatern. F.*

4. *Geometriæ quæsita tredecim, quibus Cyclometria Rationalis ac vera, ex Naturæ fonte, in Lucem producitur, atque sufficienter demonstratur. Publ. Disquisitioni, in Academia Hafniensi exposita. Hafniæ Anno Domini* 1631. *Quatern. H.*

5. *Inventio Quadraturæ Circuli, nempe*

I. Symmetriæ lineæ rectæ & circularis.

II. Æqualitatis lineæ rectæ & circularis.

III. Rationis Diametri Circuli ad Perimetrum ejusdem. Hafniæ Anno Domini 1634. *Quatern. V.*

6. *Coronis problematica, de mysteriis trium numerorum,* senarii, septenarii & octonarii, *quibus linea Circularis, rectæ, multifariam numeris æquatur. Publ. ad discutiendum proposita. Hafniæ. Anno Domini* 1637. *Quatern. E.*

7. PROBLEMATA *duo Geometrica, quorum alterum agit de duplici constitutione figurarum Circulo adscriptarum in numeris, & ipsarum collatione, ad uberiorem intellectum Quadraturæ Circuli, item de novo modo Circulum καὶ ἐπιστήμην mensurandi. Alterum de omnimoda mensura & proportione quinque Zonarum Terrestrium, cum tota Sphæra, & inter sese. Hafniæ* 1638. *Quatern. F.*

8. *Literulæ supplices ad S. R. Daniæ, quibus certitudo mensuræ Circuli,*

culi, verè inventæ ita affirmatur, ut Inventoris nomen & fama aleæ cum quovis legitimè certante subjiciantur. Hafniæ. Anno Dom. 1639. *Quatern.* $\frac{1}{2}$.

9. *Inventio Theorematis nobilissimi, cujus consequentia necessariò demonstrat lineam circularem rectæ symmetram in Natura extare. Propositio talis est:*

Circulus est medium quiddam proportionale, inter triangulum æquilaterum circulo circumscriptum, & triangulum æquilaterum eidem circulo Isoperimetrum, &c. Hafniæ. Anno Domini 1643. Quatern. B.

10. *Problema, quod tam æquationibus in numeris, quàm comparatione ad alia antea inventa, absolutam Circuli mensuram præstat; adversus Paulum Guldinum Iesuvitam. Hafniæ. Anno* 1643. *Quatern. C.* p. 86.

11. *Admiranda operatio trium numerorum* VI, VII, VIII, *ad Circulum verè, multisque modis in se, suisque quadratis per Lunulas mensurandum; analysi uberiore, quàm Coronis superior omnia exponens. Hafn. Anno Domini* 1644. *Quatern. A.*

12. *Rotundi in plano seu Circuli absoluta mensura, duobus libellis comprehensa, quorum prior veram constitutionem Peripheriæ Circuli Syntheticè perficit, & mox hujus ad Diametrum rationem [cui apologia adversus Ludolphæos est adjecta.] Posterior Geodæsiam Rotundi in plano analyticè absolvit &c. Amsterdami, apud Iohan. Blaw. Anno* 1644. *Quatern. K.* p. 2. l. 4.

13. Ἐνέργεια *proportionis sesquitertiæ pro certis figuris circulo adscriptis & per numeros determinatis: Data Circuli Diametro. Hafniæ. Anno* 1644. *Quatern. B.*

14. Ἐλέγξεως *I. Pellii* ἀνασκευή. *Hauniæ Anno* 1644. *Quatern. A.* p. 37.

15. *Controversia inter Chr. Longomontanum & I. Pellium. Hauniæ* 1645. *B.* p. 63.

1612	I	11	1637	VI	5	1644	XI	1	59
1627	II	14	1638	VII	6	1644	XII	10	16 $\frac{1}{2}$
1628	III	6	1639	VIII	$\frac{1}{2}$	1644	XIII	2	16
1631	IV	8	1643	IX	2	1644	XIV	1	Sũ. 91. $\frac{1}{2}$ Quaterniones.
1634	V	20	1643	X	3	1645	XV	2	
Summa		59.	Summ.		16 $\frac{1}{2}$	Summa		16.	

Ita

p. 83 l. 15. Ita fiunt XV, cum ille XII *tantùm* tractatuum meminerit,
p. 41. l. 5.
p. 85 l. 1. omissis scilicet duobus postremis & *literulis istis ad S. Regem suum*, Quas, quia tantillæ sunt, Typographo dedissem, si exemplar possem nancisci. Quoniam verò operæ pretium est audire earum audaciam, *Particulam* saltem apponam, ex fatuo
p 41. l. 32. isto *libello*, quem *contra Guldinum* scripsit & ad me misit.

Probl. p. 8. *Hæc*, inquit, *Circuli* ἔντεχνος *unica veráque mensura licet in Natura multis modis obvia reperiatur, tamen quia antequam ad eam perveneram*, multum & temporis & laboris *eidem insumpsi, sperans omnibus in orbe Mathematicis inventam aliquando in eâ veritatem gratissimam futuram: sed quia juxtà quoque intellexi, quorundam* invidiam ac malevolentiam in patriam nostram, *ob tam rarum, imo antea prorsus desperatum inventum; proinde ut talia ingenia ad contradicendum excitarem, eorumque errores in me confictos, & confingendos, Apologeticis responsionibus abstergerem, ac ad ipsos denuo remitterem, equidem veritate inventi fretus ante quadriennium de hâc re literas Serenissimo & Clementissimo Regi meo submissè obtuli, famæ fortunæque meæ, oppidò sine dubio, nocituras, modo in justa à quoquam oppugnatione caderem.* Erant enim iisdem hæc verba, inter alia, inscripta: *Si* quis Mathematicus posthac refutationem ejus (*inventi nostri*) demonstrationibus meis ordine opponendam, suscepturus, sententiam suam pariter ut ego, publicandam ita corroboraverit, ut Apologiâ pro defensione Inventionis meæ expiari, vel refelli nequeat, & prorsus elidi; tunc equidem nomen Mathematici deinceps amittere & Professionem meam sponte resignare paratus sum. *Porro has easdem publicatas, unà cum Quadratura circuli, ob eandem causam, in Germaniam, Italiam, Hispaniam, Galliam, Belgium & Angliam transmitti curavi, & simul literis meis nonnullos Præstantes Mathematicos ad judicia sua de hoc invento meo ferenda, eâ, quâ par erat humanitate & liberalitate invitavi. Nec tamen in hunc usque diem, quisquam repertus est, qui se scripto suo publicato, nobis opponeret, præter unum Paulum Guldinum, parentibus, ut audio, Orthodoxis in Germania oriundum; sed posteà in Apiarium Iesuvitarum impiè transvolantem. De cujus*

jus fama pro Quadratura nostra expugnata, vel potius, si Diis placet, expugnanda, vehementer mihi gratulabar, fore, ut sic justâ Apologiâ omnibus Mathematicis vera Cyclometria magis magisque innotesceret, &c. Hæc ille.

At vos, Mathematici, si istam intolerabilem jactantiam diutiùs ferre nolletis; si inexpiabile crimen *proditæ veritatis*, vobis hic imputatum, diluere inciperetis; si illi non ampliùs impunè liceret in vos insultare, *Ludolphæos* contemptim vocare, tam- p.85 l.21.
p.96.l 12.
que pusillanimos fingere ut *Cimbris invideatis*, iisdem tamen p 85.l.32.
p 2.l 10.
paralogismos suos venditantibus *&* procaciter vos omnes la- p.68.l10.
p.67.l 10.
cessentibus respondere non audeatis: Si Anonymum hunc p 70 l 6.
Sciolum vos tam asininè *docentem quàm lubrico fundamento* ego nitar, *quamque incerti sint numeri* in initio Canonis Tangentium; atque à vobis ad *saniores, candidiores, veritatis amantiores, sincerio-* p.70.l.22.
p.73.l.15.
res Mathematicos provocantem, patienter audire jam tandem desi- p.71.30.
nentes, paulò asperius tractatum exploderetis; discerent *imperiti* modestiam, insolentiam dedíscerent: *periti* autem omnes, justam fuisse vestram indignationem pronunciarent. At si *reipsâ* nobis isthæc non dolent, *simulare* certè erit hominum, non omni sensu prorsus expertium,

Nam qui cum ingeniis conflictatur ejusmodi,
Neque commovetur; ego patientem dixero:
At is plerisque ἀναίσθητος videbitur.

Ideoque & mihi indignanti ignoscetis, indignis cum egomet sim acceptus modis: Quamvis sperem me tale temperamentum adhibuisse atque deinceps adhibiturum, ut vobis videri possim *in alteram partem* potiùs peccâsse, quòd illum, ut de me omnibusque Mathematicis meritus est, non exagitaverim. Nec mihi vitio vertetis, quòd Epistolam *denuò privatim* scribere noluerim, ad illum qui meam *primam*, me inscio & incon- p. 17.
p. 18.
sulto, & quidem, inscriptione omissa, mutilatam, *ut mihi non-* p. 41.
nihil dedecoris inde conciliaret, ediderat. Quicunque enim literas ad se privatim scriptas evulgat, ipso scriptore invito & nolente, *tali præsertim consilio*; ille seipsum facit indignum ad quem quis-

quisquam deinceps scribat, nisi publicè. *Potuisti*, dicetis, *nullâ epistolâ adjunctâ, ad Longomontanum mittere illam refutatiunculæ* p.75.76. 77.78.79. 80.81.82. *tuæ explicationem*. Potui sanè: Et tale quid in animo habui, quando illam scripsi, chartæ, uti nunc videtis, ita accommodatam, ut quadruplo major esset quàm prior, unamque philyram exactè implere posset, quasi typographo statim & quidem solam traditurus essem. At postea mutavi consilium, nec unius causâ, illam seorsim *imprimi* volui, quum plura de totâ controversiâ scribere cœpissem: Paratus tamen eram illam *manu mea scriptam* ad eum mittere, quamprimùm certa aliqua idonei hominis hinc eò proficiscentis opportunitas offerretur. Audieram p.61.l.22. enim Hauniâ discessisse amicum illum, quem solum habebam, qui illam ipsi seni in manûs traderet, idque se fecisse rescriberet. Qui, si, ut spem fecerat, huc venisset: aliquem, procul dubio, alium Hauniæ invenire posset, qui eâdem diligentiâ hæc nobis præstare vellet.

p.74.l.23. p.1.l.1. Explicatione istâ has ob causas sepositâ, redii ad ea contexenda, quæ ad hanc controversiam pertinentia scripseram. Hinc illa tela, quam huc usque evolutam vidistis. Multa verò tum ad omnes Mathematicos à sciolorum calumniis vindicandos, tum ad *meam* defensionem, *illiusque* sanitatem conducentia, *novas* nempe *rationes*, *pluresque* peritorum *sententias* addi posse, imò debere, videtis. Illæ igitur sequentur. At quoniam controversiæ nostræ initia & progressûs ad hunc usque diem p.13.75. p.37.63. p.46. deduxi; quid *ipse* scripserim fecerimve, quid *ille* contrà ediderit, quid *alii* de nostro certamine pronuntiaverint, bonâ fide exposui; nihil impedire arbitror, quò minùs, nostræ *narrationis* saltem, hîc statuatur

FINIS.

Pag.	*lin.*	*Scribe*	*Pag.*	*lin.*	*Scribe*
27.	20	1, 00000, 0	56.	6	MON pro NON
28.	20	$\frac{11}{32}$ pro $\frac{1}{32}$	60.	25	Quotum pro Quorum
33.	13	oscitantia subtensæ	62.	17	fœtus
			75.	4	νῳδ pro νωδ
46.	25	D. Iacobus Pallieur	76.	7	finitæ
53.	17	(6.7) pro (5.7)	53.	18.	Dele :: inter LB & *in*

Typographus Lectoribus S. P.

PLura daturum fuisse D. Pellium, ex iis satis liquet, quæ aliquo- p.1. l.19.
ties in hac Narratione occurrunt. Cui plenam responsionem & de- 21. p.11. l.9.
fensionem ita addere decreverat, ut multa etiam nova possent Lectores 24. p. 12. l.14
addiscere. Ea enim in illam partem reservare, quàm filum Narratio- p.74. l.19. p.88. l.23.
nis interrumpere maluit. Verùm partim aliorum Mathematicorum sen-
tentias, partim aliquid Palinodiæ similius ab ipso D. Longomon- p.74. l.27.
tano expectans; hanc operis totius partem primam seriùs nobis tra-
didit; nosque tardiùs in Typographéo processimus, quàm facturi esse-
mus, si illum hinc tam subitò discessurum fuissemus suspicati. At ille, à
Cels. Principe Auriaco, Bredam Brabantinorum vocatus, ut
Philosophiam & Mathesin publicè doceret in novâ illâ illustri Scho-
lâ, illius Principis auspiciis sumptibusque hoc anno apertâ, ex hac urbe 1646
festinatò migravit, hîc solam Narrationem relinquens à nobis inchoa-
tam, ideoque nec ipsius correctione, inter excudendum, emendatam:
reliqua procul dubio, ibi libentiùs editurus, ubi ipse habitat; typisque
fortasse novæ istius Scholæ Typographi usurus. Nos autem hæc saltem
absolvere voluimus, atque, quantum quidem autore absente potuimus,
curare, ut quàm emendatissima in manûs vestras venirent. Quoniam
autem post illius discessum, mihi allatæ fuerunt duorum Mathema-
ticorum sententiæ de hac controversiâ; Eosque D. Pellium de- p.46. l.20.
cem illis suis adstipulatoribus, si satis tempestivè venissent, adjice- p.55 l.12.
re voluisse credidi; nemini ingratum fore putabam, si & istas typis
meis exscriptas huic narrationi subjungerem. Ordinem autem Chroni-
cum, quemadmodum ipse D. Pellius fecit, observabo. Ideoque prior e- p.46. l.19.
rit D. Claudius Mydorgius, patricius Parisinus, & Picardiæ Quæ-
stor, Geometra, post IV illos libros Conicorum editos, celeberrimus.
Posterior erit D. Iacobus Golius, Mathematum & linguæ Arabicæ
in Batavorum Academia Leidensi, Professor peritissimus.

XI. *Sit BAC æq. CAD, & angulus ad B rectus*

Dico

Vt ABq2 ad ABq Ita BD ad BC

—BCq

Sit DF æq. BC, & BE æq. ED.

Abq2 ABq BDq DBC

—BCq

ABq ABq DBE DBC

—BCq

ABq BCq DBE DB CE

ABq BCq BDq DB CF

+ABq +BCq

ABq. BCq. BDq. DB CF

DB CF æq. DCq

+BCq

ABq. BCq. ADq. DCq. Quod verum est propter BAD angulum bifariam sectum.

CL. MYDORGIVS.
Iunii 2. 1646.

Viro Nobili & Generoso

Domino CAROLO de CAVENDYSSHE,

Equiti Anglo, &c.

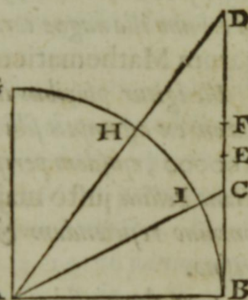
D*E chartulâ à te mihi non ita pridem communicatâ (Eques nobilis & erudite) respondi demum tibi ; & contentum in eâ Theorema cyclometricum tam* verum *quâ potui brevitate , analyticâ mea methodo, quam* ingeniosum & subtile *laudavi. Vnde mihi notæ non vulgaris innotuit* D. I. Pellius. *Sed quod tu insuper à me jam quæris & gratum tibi, ac* D. Pellio *expectatum, scripto significas, nonnihil anxium me detinet. Dum ruri agens, quò me infirma valetudo à musis & negotiis exulem deputavit, ad seria literis tuis evocor & pro devoti obsequii debito compellor. Quod potero tamen enitar. Inventumque Pellianum resumam & in problematis formam ita reponam.*

Datâ

Datâ tangente arcûs cujuslibet; tangentem arcûs dupli in numeris exhibere.

Hoc autem problema ab omnibus Canonum Logistis vulgarem & tritam insistentibus viam, communiter hactenus absolutum est per ipsos Canonum numeros & varias radicum extractiones. Primus *novam ingressus viam* D. Pellius *geometrice construendum docuit hac Analogiâ.*

Vt differentia quadratorum datæ tangentis & semidiametri, ad duplum semidiametri quadratum:
Ita data tangens,
ad tangentem arcûs dupli quæsitam.



Vt in apposito schemate, Sit circuli Quadrans AGB, dataque arcûs BI, tangens BC. Oporteatque dupli arcûs BH tangentem, in iisdem numeris exhibere.

Si ut ABq ad ABq2. Ita fiat BC ad BD,
—BCq

Erit BD tangens quæsita. Quod verum sic demonstramus.

Propter angulum DAB bifariam, rectâ AC, sectum: & rectum ad B,

Vt BCq ad BAq, Ita erit DCq ad DAq sive ad BAq + BDq

Fiat DF æqualis BC. Itemque DE æq. BE. Erit DCq. æq. BCq
+ BD in CF

Quare, ut BCq ad BAq, Ita erit BCq ad BAq
+BD in DF +BDq

Ideoque etiam ut BCq ad BAq: ita erit BD in CF ad BDq
Et ita dimidia.

Quare ut BCq ad BAq: ita erit BD in CE ad BD in BE
Et invertendo dividendoque

Vt BAq—BCq ad BAq. Ita erit BD in BC ad BD in BE
Sumptisque consequentium duplis

Vt BAq ad ABq2. Ita erit BD in BC ad BDq hoc est, ita BC ad BD.
—Bcq

Quod erat demonſtrandum.

Nunc tibi (Eques nobilis & erudite) de controverſia *inter dictum D. Pellium & D. Chriſtianum S. Longomontanum tam liberè, quàm obſequenter reſpondebo.*

Mihi dudum nota D. Chriſt. Longomontani *in Mathematicis, ſed in Aſtronomicis præſertim, fama & eruditio. Verùm in Cyclometricis ſe infelicem nimium & ſæpè ſæpiùs prodidit, dum varias rationales & ſibi effinxit & conſectatus eſt cyclometrias, à verâ & regiâ, hoc eſt, geometricâ viâ aberrans.*

At D. Pellius *mihi per* te *nuper tantùm, nec aliunde quàm ex præmiſſo ſive Theoremate ſive Problemate innotuit: Sed verè dicam, mihi ex uno illo ungue certò notus* Leo, *ſi non* Belgicus, *ſaltem* Belgarum Mathematicus.

Ille igitur pluribus in locis, abſolutam ſive accuratam circuli menſuram ex aſſumptis ſibi principiis definiens, Poſitâ circuli diametro 100000; *ejuſdem peripheriam aſſeruit partium* 3, 14185 *& amplius. Hanc Pellius* juſtò majorem *pronunciavit, & ut erroneam ac falſam omnino rejiciendam & damnandam contendit, hoc firmo Analogiſmo.*

Arcûs cujuſlibet tangens, latus eſt dimidium polygoni circulo circumſcripti, duplum arcum intercipientis. Veluti arcûs 30 *grad: tangens, latus eſt dimidium Hexagoni. Arcûs* 22 *g.* 30′. *tangens, latus eſt dimidium Octogoni. Arcûs* 00 *gr.* 42′ 11″ 15‴ *tangens, latus eſt dimidium polygoni* 256 *laterum.*

At ex demonſtrato ſive Theoremate ſive Problemate, Aſſumptâ in ſemidiametri partibus 1. 00000, 00, *arcûs* 22 *gr.* 30′ *tangente* 0. 41421, 36, *dabitur arcus dupli* 45 *gr. tangens* 1. 00000, 01, *& amplius: quæ quidem juſto major erit, cum circuli radio æqualis eſſe debeat, nempe* 1. 00000, 00. *Igitur & aſſumpta* 22 *g.* 30′ *tangens* 0, 41421, 36 *juſto etiam major ſit neceſſe eſt.*

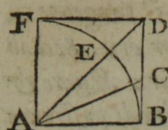
Sed ejuſmodi 22 *g.* 30′ *tangens* 0, 41421, 36 *ſequitur ex aſſumptâ* 11 *gr.* 15′ *tangente* 0. 19891, 24: *Erit igitur* & hæc *juſto major. Prodit autem ex aſſumpta* 5 *gr.* 37′ 30″ *tangente,* 0, 09849, 15: *quare* &

re & hæc *justo major. Sed ex arcûs 2 gr*, 48′, 45″ *tangente* 0. 0491269 *emergit*: & hæc *igitur justo etiam major erit. Sed ab arcûs* 1 *gr*. 24′ 22″ ½ *tangente* 0, 02454, 86 *derivatur*: *Quare & postrema* hæc etiam *justo major erit. Atqui hæc hujusmodi postrema justo major tangens ex assumptâ arcûs* 00 *gr*. 42′ 11″ 15‴ *tangente* 0. 01227, 25 *necessariò sequitur: Igitur & necessariò arcûs* 00 *gr*. 42′. 11″ 15‴ *tangens* 0. 01227, 25 *justo major concludetur. Sed tangens* 00 *gr*. 42′. 11″. 15‴. *Latus est dimidium polygoni circulo circumscripti* 256 *laterum*: *Igitur dupla hujusmodi* 0. 01227, 25 *tangens, nempe* 0. 02454, 50, *in partibus radii* 1. 00000, 00, *major erit latere polygoni* 256 *laterum circulo circumscripti*; *Et sumpta in iisdem partibus ejusdem polygoni semiperimeter* 3. 14176, 00 *justo etiam major erit*.

Sed in iisdem partibus sumptâ circuli diametro *partium tantùm* 1. 00000, 00, Integræ *dicti polygoni* perimetro *tunc prædicta semiperimeter respondebit*: *Quare & integrâ polygoni* 256 *laterum circumscripti perimetro major erit perimeter* 3. 14176, 00 *partium sive in diametri* 1. 00000 *partibus*, 3. 14176 *partium perimeter. Quare & circuli perimetro multò major erit ejusmodi*. 3. 14176 *partium perimeter*. Quod demonstrandum suscepit D. Pellius & effecit.

At D. Longomontanus *in iisdem diametri* 100000 *partibus, circuli perimetrum* longe plurium *definivit partium*: *nempe* 314185 *& amplius*: *Inscripti & contenti circuli perimetrum longè ampliorem constituens, circumscripti sive continentis aut ambientis polygoni perimetro*; *Hoc* absurdissimum *cum D. Pellio dicimus &* minimè geometricum: *Multumque inde D. Pellii gloriæ & nomini deberi, quod* unico *ariete laboriosam* plurium *annorum molem & Cimbrici pseudotetragonismi* varias *structuras* funditus *everterit*.

Equidem memini olim mihi quædam Cyclometrica meditanti satis notatu dignum hoc theorema incidisse. Diagonii excessum supra latus quadrati, sive excessum secantis arcûs 45 gr. supra semidiametrum, æqualem esse tangenti arcûs dimidii, 22 *gr*. 30′.



In Diagrammate apposito sit AFB *circuli quadrans,* BAD *angulus* 45 *gr:* ABD *rectus: & rectæ* AB, BD *æquales: Secante rectâ* AD *periferiam* FB *in* E. *Dico* ED *æq. esse* BC *tangenti arcûs* 22 *gr.* 30′. *Sive* AD —AB *æq.* BC: *& ad numerorum* ἐυμηχανίαν, √ AB*q*2 *æq.* BC. —AB

Hâc autem viâ, tangens 22 *gr.* 30′ *utique prodit* 0. 41421, 35 $\frac{3}{7}$ *circiter, quæ quidem minor est tangente superiùs expressâ* 0. 41421, 36 *à tangente arcûs* 00 *gr.* 42′. 11″. 15‴ *scilicet* 0. 01227, 25 *per intermedias aliquas, vi firmati Theorematis tandem derivata: quæ ideo certè justo major censenda est, ut & ejusdem dupla pro justâ lateris polygoni circulo circumscripti* 256 *laterum mensurâ.*

Et hæc quidem sunt (Eques Nobilis & Generose) quæ mihi chartulam Pellianam recolenti, &, quantum per valetudinem non bene firmatam mihi hîc ruri otiari licuit, discutienti sese obviam dederunt, literis tuis respondenda. Quæ ut veretur ne pro expectatione satis non sint factura: ita ex obsequii æstimatione grata tibi & accepta fore confidit

Tui observantissimus

CL. MYDORGIVS
Patricius Parisinus.

Aug. 11. 1646.

Iacobi

XII. IN controverſia, quæ duos inter Clariſſimos viros D. Longomontanum & D. Pellium, orta fuit, duo ſunt, de quibus quæritur: Theorematis, pro fundamento poſiti, demonſtratio; & conſequentiæ, ex eo ductæ, neceſſitas.

Theorema quidem quod attinet; Eſto circulus, cujus centrum A, arcus BC minor quàm 45 grad. ejuſque tangens BE; arcus autem ejus duplus ſit BD, & tangens ipſius BF. Veriſſimè dicitur EB eſſe ad BF, ut quadratum AB minus quadrato BE ad duplum quadratum AB. p.13.l.8.

Namque FA producta peripheriam ſecet in puncto G. Erit igitur quadratum GF æquale quadrato FA, (i. e. duobus quadratis AB, BF) quadrato AG & duplo rectangulo GAF. Quare ſublato utrinque quadrato FB, erit quadratum GF minus quadrato FB æquale duplo quadrato GA, duploque rectangulo FAG, id eſt, æquale duplo rectangulo AB in GF. Quoniam autem angulo BAE æqualis ponitur EAF; erit ut BA ad AF, ita BE ad EF: ac proinde ut AB ad BE, ita GF ad FB. Cumque hinc ſit, ut quadratum AB ad quadratum BE, ita quadratum GF ad quadratum FB; erit etiam, ſumpto exceſſu antecedentis ſupra ſuum conſequentem ad duplum antecedentis, ut quadratum AB minus quadrato BE, ad duplum quadratum AB, ita quadratum GF minus quadrato FB, id eſt, uti oſtenſum fuit, duplum rectangulum AB in GF, ad duplum quadratum GF. Sed ita ſe habet AB ad GF, ſive ex ſuprà dictis EB ad BF. Quapropter ex æquo erit, ut quadratum AB minus quadrato BE ad duplum quadratum BA, ita EB ad BF. Quod erat demonſtrandum. 16. & 12. Lib 5. Eucl.

Nunc verò deſpiciendum de conſequentia, quâ concluditur tangentem arcûs 42′ $\frac{3}{15}$ eſſe minorem quam 122725. In genere, cujuſnam arcûs tangens ſit numerus quiſque radio 100000 00 minor, undecunque tandem is ſit petitus, cognoſcetur ex tangente, quam inveſtigare p.14.l 1.

præ-

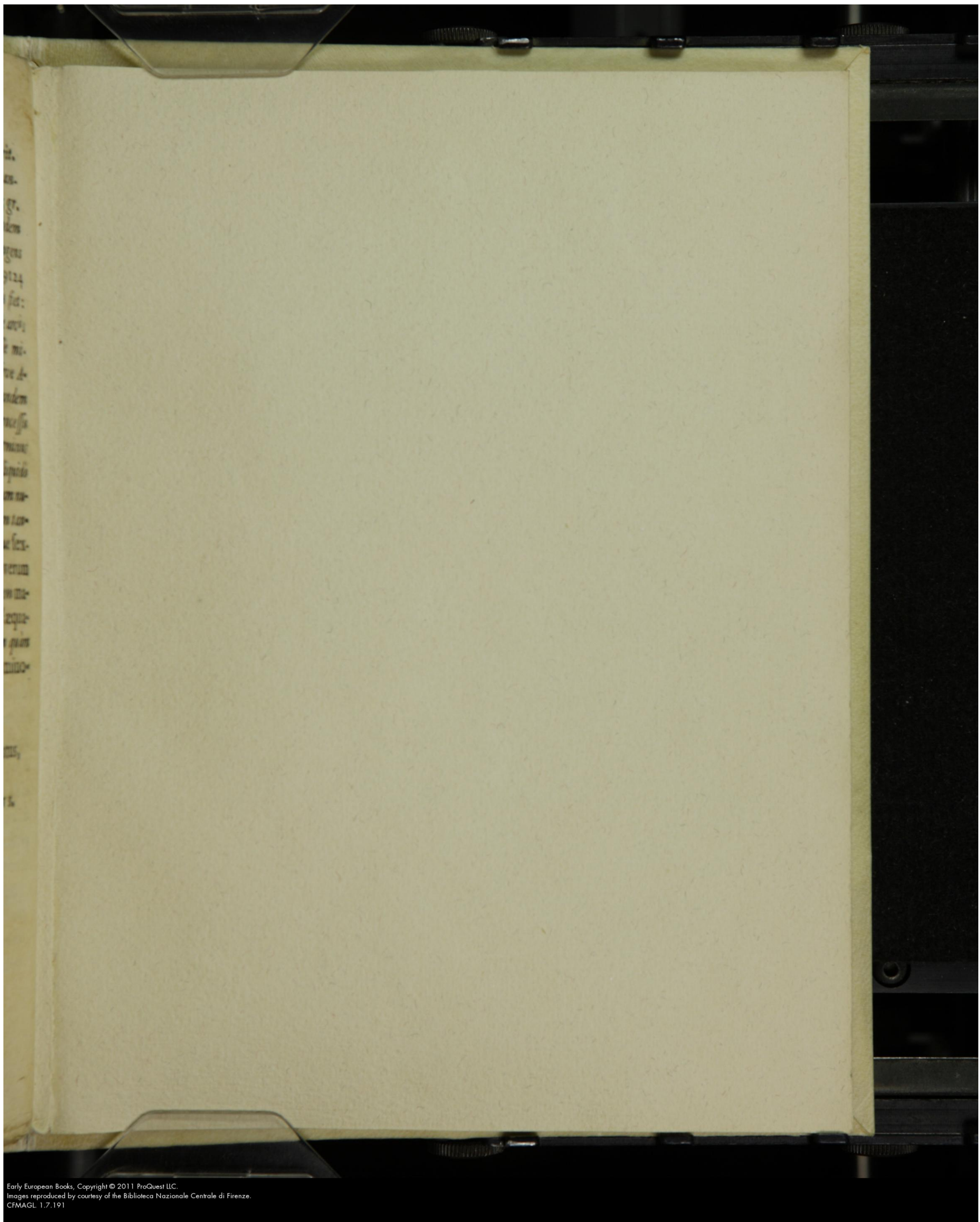
præcedens Theorema docet, arcus dupli, quoad nempe hic cognitus erit.
p.13.l.22. *Sic cum ex* 4142136 *per idem Theorema derivetur arcûs dupli tangens* 10000000 $\frac{29}{100}$ *hæc autem tãgens sit arcûs majoris quàm* 45 *gr. utique &* 4142136 *tangens erit arcûs majoris quàm* 22° 30′. *Eodem modo cum ex* 1989124 *inveniatur* 4142136 $\frac{36}{100}$: *hæc autem tangens sit arcûs adhuc majoris quàm* 22° 30′, *oportet numerum illum* 1989124 *esse tangentem arcûs majoris quàm* 11° 15′. *Atque ita de cæteris fiet: donec tandem continuatâ serie sequatur* 122725 *tangentem esse arcûs majoris quàm* 42′ $\frac{3}{16}$, *seu, quod idem est, tangentem* 42′ $\frac{3}{16}$ *esse minorem quàm* 122725. *Vel si cui libeat rem experiri retrogradâ sive Analyticâ viâ; assumatur idem numerus* 122725, *cujuscunque tandem arcûs hæc tangens sit, & per Theorema quærantur continuato processu tangentes arcuum continuè duplorum, donec prodeat tandem terminus* sextus *qui quidem major erit quam* 10000001. *Cum autem liquidò constet, numerum hunc esse majorem quàm sit tangens* 45°, *etiam numerus abhinc* sextus, *qui primò assumptus fuit, major erit quàm tangens arcûs* 42′ $\frac{3}{16}$, *qui in subduplâ progressione à* 45° *est quoque* sextus. *Cum enim non possit per necessarias consequentias elici* verum *nisi ex* vero, *necesse est numerum illum* 122725 *esse tangentem* majorem *quàm* 42′ $\frac{3}{16}$. *Ac sanè si non sit* major, *utique erit vel* æqualis *illi*, *vel ipsâ* minor: *unde sequeretur numerum majorem quàm* 10000001 *vel* æqualem *esse tangenti arcûs* 45°, *vel eadem* minorem. *Quorum utrumque est absurdum.*

Ita censeo, ab utraque parte sententiam rogatus,

IACOBUS GOLIUS.

APPENDICIS FINIS.

3 *In margine linea decimatertia adscribatur* 1646.




CB